

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I
CURSOS: Civil, Mecânica, Matemática, Física, Informática, Gestão, Território,
Aeroespacial, Electricidade e Ambiente

1º TESTE – 13/IV/00 – Turmas 11101, 14107/8 A Duração: 50mn

1 (8 val.) Estude quanto à convergência em $\overline{\mathbb{R}}$ as sucessões seguintes:

(a) $\frac{n}{\sqrt{n+1}} - \sqrt{n}$ (b) $\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n(n-1)}$ (c) $\left(2 - \frac{n}{n+1}\right)^n$

2 (5 val.) Considere o conjunto $S \subset \mathbb{R}$ definido por

$$S = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq 0 \wedge x - 2 < 0\}.$$

- (a) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de S .
- (b) Dê um exemplo de uma sucessão convergente, $u_n \rightarrow a$, com $u_n \notin S$, $\forall n \in \mathbb{N}_1$, e $a \in S$.

3 (4 val.) Considere a sucessão (x_n) definida por

$$x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = \sqrt{\frac{x_n^2}{2} + 1}.$$

Mostre que (x_n) é monótona e limitada. Conclua que a sucessão é convergente e calcule o valor do seu limite.

4 (3 val.) Considere uma sucessão real (y_n) tal que

$$y_{2n-1} < 0 \quad \text{e} \quad y_{2n} > 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}_1.$$

Mostre que se (y_n) é convergente então o seu limite é igual a zero.