Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

Licenciatura em Engenharia dos Sistemas de Informação e Multimédia

1º TESTE – versão 1 – 10/IV/2002 Duração: 50mn

1 – (10 valores) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $e^{x-1}(1+e^x)$, $x \in \mathbb{R}$.

(b) $\dfrac{x^2+x-1}{(1+x^2)(x+3)}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

(c) $\dfrac{\sin x}{1+\cos x-\sin^2 x}$, $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

2 – (3 valores) Determine a área do conjunto dos pontos $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ cujas coordenadas verificam as condições

$$0 \leq x \leq 1 \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} \ .$$

3 – (4 valores) Determine uma função diferenciável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, ímpar e não identicamente nula, tal que

$$(f(x))^3 = \int_{-x}^{x} f^2(t)\cos(t)\ dt \ .$$

4 – (3 valores) Sejam $f, g : [0,1] \to \mathbb{R}$ duas funções contínuas. Mostre que se $\int_J f = \int_J g$ para qualquer intervalo $J \subset [0,1]$, então $f(x) = g(x)$, $\forall x \in [0,1]$.