Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

Licenciatura em Engenharia dos Sistemas de Informação e Multimédia

2º TESTE – versão 2 – 23/V/2002 Duração: 50mn

1 – (10 valores) Seja g a função definida por $g(x,y) = \log(y^2 - x^2)$.

(a) Determine e represente graficamente o domínio D e as linhas de nível da função g. D é aberto ? fechado ? limitado ?

(b) Calcule e represente de forma apropriada na figura da alínea anterior o vector ∇g no ponto $(1,3)$.

(c) Seja $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a função definida por

$$h(u,v) = (u - v^2, u + v^2) \ .$$

Calcule o vector $\nabla(g \circ h)$ no ponto $(2,1)$.

2 – (10 valores) Seja f a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^2 \sin(x-y)}{x^2+y^2} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \ . \end{cases}$$

(a) Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}^2$.

(b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

(c) Calcule a derivada direccional $\dfrac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ com $v = (1,1)$. Que pode concluir quanto à diferenciabilidade de f no ponto $(0,0)$?