Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II
CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

1º TESTE – 02/Abril/2003 – versão **B** Duração: 50mn

1 – (10 valores) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $\dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$, $x \in \mathbb{R}^+$.

(b) $\dfrac{x^2+1}{(x^2-1)(x+1)}$, $x \in]1, +\infty[$.

(c) $\dfrac{1}{(x+4)\sqrt{x+2}}$, $x \in]-2, +\infty[$.

2 – (4 valores) Determine a área da região plana $D \subset \mathbb{R}^2$ limitada pelas curvas

$$y = \log(1+x^2) \quad \text{e} \quad y = \log(2) \ .$$

3 – (3 valores) Determine uma função diferenciável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, par, tal que

$$\log(1+f(x)) = \int_0^{x^2} \frac{e^t}{1+f(\sqrt{t})}\, dt \ .$$

4 – (3 valores) Desenvolva a função

$$\frac{x}{x^2-2x+2}$$

em série de potências de $(x-1)$. Qual o maior intervalo aberto em que a série representa a função?