Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Informática, Mecânica, Eng.ª Química e Eng.ª Biológica

1º TESTE – 30/III/98 – Turma 10102 A   Duração: 50mn

1 – (10 valores) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) xe^{-x^2} , $x \in \mathbb{R}$.

(b) $\dfrac{1}{(2+x)\sqrt{x+3}}$, $x \in \,]-2, +\infty[$.

(c) $\cos x \, \log(1+\cos x)$, $x \in [0, \pi[$.

2 – (3 valores) Determine a área da região plana $D \subset \mathbb{R}^2$ limitada pelas curvas

$$y = e^x \ , \ y = 1 - x \ \text{ e } \ x = 1 \ .$$

3 – (4 valores) Determine uma função diferenciável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, não nula, tal que

$$f^2(x) = \int_0^x f(t) \, \frac{\sin t}{2 - \cos t} \, dt \ .$$

4 – (3 valores) Seja $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ uma função contínua e não-negativa. Mostre que se $\int_0^1 f = 0$ então f é identicamente nula.