Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

$2^{\underline{o}}$ TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Informática, Mecânica, Eng.$^{\underline{a}}$ Química e Eng.$^{\underline{a}}$ Biológica

$2^{\underline{o}}$ TESTE – 19/V/98 – Turmas 03101/102/104/107 A   Duração: 50mn

1 – (10 valores) Seja g a função definida por $g(x,y) = \log(xy-1)$.

(a) Determine e represente graficamente o domínio D e as linhas de nível da função g. D é aberto ? fechado ? limitado ?

(b) Calcule e represente de forma apropriada no gráfico da alínea anterior o vector ∇g no ponto $(1,3)$.

(c) Seja $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a função definida por

$$h(u,v) = (u+v, u-v) \ .$$

Calcule o vector $\nabla(g \circ h)$ no ponto $(2,-1)$.

2 – (10 valores) Seja f a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x|x|}{\sqrt{x^2+y^2}} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \ . \end{cases}$$

(a) Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}^2$.

(b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

(c) Mostre que f não é diferenciável no ponto $(0,0)$.