Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Informática, Mecânica, Eng.ª Química e Eng.ª Biológica

2º TESTE – 21/V/98 – Turmas 10108 A Duração: 50mn

1 – (7 valores) Considere a função $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $g(x, y) = e^{x+y}$.

(a) Determine e represente graficamente as linhas de nível da função g, bem como o vector $(\nabla g)(0, 0)$.

(b) Seja $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a função definida por

$$h(u, v) = (u + 2v, 2u + v) \ .$$

Calcule o vector $\nabla(g \circ h)$ no ponto $(0, 0)$.

2 – (13 valores) Seja f a função definida por

$$f(x, y) = \frac{xy\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

(a) Determine e represente graficamente o domínio D da função f. D é aberto? fechado? limitado?

(b) Mostre que f é prolongável por continuidade ao ponto $(0, 0)$.

(c) Denotando por F o prolongamento por continuidade de f ao ponto $(0, 0)$, calcule $\frac{\partial F}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(0, 0)$.

(d) Mostre que F não é diferenciável no ponto $(0, 0)$.