Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Civil, Território, Matemática e Física

1º Semestre 1999/2000

1º TESTE – 21/X/99 – Turmas 01204/5/6 Duração: 50mn

1 – (10 valores) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$, $x \in]0, +\infty[$.

(b) $\dfrac{2x^2 + 4x + 3}{(1 + x)(x^2 + 2x + 2)}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

(c) $\dfrac{x^3}{\sqrt{1 - x^2}}$, $x \in] - 1, 1[$.

2 – (3 valores) Determine a área da região plana $D \subset \mathbb{R}^2$ limitada pelas curvas

$$y = x^2 - \frac{\pi^2}{4} \quad \text{e} \quad y = \cos x \ .$$

3 – (4 valores) Determine a única função diferenciável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, par e não identicamente nula, que satisfaz a equação

$$f^2(x) = \int_0^{x^2} f(\sqrt{t})\, dt \ .$$

4 – (3 valores) Seja $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ uma função contínua. Mostre que se $\int_0^1 f = 0$ então existe pelo menos um ponto $p \in [0, 1]$ tal que $f(p) = 0$.