Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Civil, Território, Matemática e Física

1º Semestre 1999/2000

1º TESTE – 21/X/99 – Turmas 01201/2/3, 09201/2, 12201 Duração: 50mn

1 – (10 valores) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{x}(1+x)}$, $x \in]0,+\infty[$.

(b) $\dfrac{3x^2+3x+2}{(x-1)(x^2+2x+1)}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

(c) $e^x \log(1+e^{2x})$, $x \in \mathbb{R}$.

2 – (3 valores) Determine a área da região plana $D \subset \mathbb{R}^2$ limitada pelas curvas

$$y = x^2,\ y = \frac{x^2}{2} \ \text{ e } \ y = x\ .$$

3 – (4 valores) Determine a única função diferenciável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, não identicamente nula, que satisfaz a equação

$$\int_0^x f^3(t)\,dt = \left(\int_0^x f(t)\,dt\right)^2 \ .$$

4 – (3 valores) Sejam $f, g : [0,1] \to \mathbb{R}$ duas funções contínuas. Mostre que se $\int_0^1 f = \int_0^1 g$ então existe pelo menos um ponto $p \in [0,1]$ tal que $f(p) = g(p)$.