Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: Civil, Território, Matemática e Física

1º Semestre 1999/2000

1º TESTE – 03/XII/99 – Turmas 01207/8/9, 07201/2 Duração: 50mn

1 – (11 valores) Seja g a função definida por $g(x, y) = \log(1 - xy)$.

(a) Determine o domínio D da função g. D é aberto ? fechado ? limitado ?

(b) Represente graficamente no plano os seguintes conjuntos:

- $D_0 = \{(x, y) \in D : g(x, y) = 0\} \equiv$ curva de nível zero de g;
- $D_+ = \{(x, y) \in D : g(x, y) > 0\}$;
- $D_- = \{(x, y) \in D : g(x, y) < 0\}$;

(c) Calcule e represente de forma apropriada na figura da alínea anterior o vector ∇g no ponto $(-1, 1)$.

(d) Seja $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a função definida por

$$h(u, v) = (-e^{u+v},\ e^{u-v}) \ .$$

Calcule o vector $\nabla(g \circ h)$ no ponto $(0, 0)$.

2 – (9 valores) Seja f a função real, <u>contínua em $\mathbb{R}^2$</u>, que verifica a condição

$$f(x, y) = \frac{(x^2 - y^2)\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

em cada ponto $(x, y) \neq (0, 0)$.

(a) Indique, justificando, o valor $f(0, 0)$.

(b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

(c) Mostre que f é diferenciável no ponto $(0, 0)$.