

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA IV - Recuperação  
(LEIC-Tagus, LERCI, LEGI)

2º Semestre 03/04

22 de Junho de 2004, 9.10-10.00

Número: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

A cotação de cada uma das 8 alíneas é 2,5 valores.

1. Determine na forma  $a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , todas as soluções da equação  $(z - 1)^3 = 1$ .
2. Seja  $h(z) = z - \bar{z} + z\bar{z}$ . Determine o subconjunto de  $\mathbb{C}$  onde  $h$  é diferenciável.
3. Seja  $u(x, y) = \sin(x) \cosh(y)$ . Determine  $v(x, y)$  tal que a função  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  definida por

$$f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$$

seja holomorfa e satisfaça  $f(0) = i$ .

4. Seja  $g$  a função definida por

$$g(z) = \frac{z - i}{(z^2 + 1)^2}.$$

- (a) Determine e classifique as singularidades de  $g$ .
- (b) Calcule  $\int_{\gamma} g(z) dz$ , onde  $\gamma$  é a curva  $|z + i| = 1$  percorrida uma vez no sentido positivo.

5. Seja  $f$  a função definida por

$$f(z) = \frac{\sin(z)}{z} + \frac{1}{z + 2}.$$

- (a) Desenvolva  $f$  em série de Laurent na região  $|z| > 2$ .
- (b) Calcule os valores possíveis de  $\int_{\gamma} f(z) dz$ , onde  $\gamma$  é uma curva fechada simples, contida no domínio de  $f$  e percorrida uma vez no sentido positivo.

6. Calcule

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 + 4} dx.$$