

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA IV - Recuperação
(LEIC-Tagus, LERCI, LEGI)

2º Semestre 03/04

22 de Junho de 2004, 9.10-10.00

Número: _____ Nome: _____ Curso: _____

A cotação de cada uma das 8 alíneas é 2,5 valores.

1. Determine a solução da equação diferencial escalar

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{2x^2t}{1+t^2}$$

que satisfaz $x(0) = 1$.

2. Considere a equação diferencial escalar

$$x^2 + t - 2tx \frac{dx}{dt} = 0.$$

- (a) Determine um factor de integração da forma $\mu = \mu(t)$.
(b) Determine a solução da equação que satisfaz a condição inicial $x(1) = 1$ e indique o seu intervalo máximo de definição.

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Determine uma matriz mudança de base S e uma matriz de Jordan J tal que $A = SJS^{-1}$.
(b) Mostre que

$$e^{At} = e^t \begin{bmatrix} 1+t & t \\ -t & 1-t \end{bmatrix}$$

- (c) Determine a solução do sistema $x'(t) = Ax(t) + b(t)$, com $b(t) = [-e^t \ e^t]^\top$ e condição inicial $x(0) = [1 \ 1]^\top$.

- 4.

- (a) Determine a solução geral da equação diferencial escalar

$$y''' - y'' + y' - y = 0.$$

- (b) Utilize o método dos coeficientes indeterminados para determinar a solução de

$$y''' - y'' + y' - y = e^t$$

que satisfaz $y(0) = 0$, $y'(0) = 1/2$ e $y''(0) = 1$.