

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA IV  
(LEIC-Tagus, LERCI, LEGI)

2º Semestre 03/04

12 de Maio de 2004, 14.10-15.00

Número: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

A cotação de cada uma das 8 alíneas é 2,5 valores.

1. Determine a solução geral da equação diferencial escalar

$$x' = \frac{x}{1+t^2}$$

e indique o seu intervalo de definição.

2. Considere a equação diferencial escalar

$$x^2 + 2xe^t + (2x + e^t)x' = 0 .$$

- (a) Determine um factor de integração da forma  $\mu = \mu(t)$ .  
(b) Determine a solução da equação que satisfaz a condição inicial  $x(0) = -1$ .

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a) Determine uma matriz mudança de base  $S$  e uma matriz de Jordan  $J$  tal que  $A = SJS^{-1}$ .  
(b) Mostre que

$$e^{At} = e^t \begin{bmatrix} 1 - 2t & t \\ -4t & 1 + 2t \end{bmatrix}$$

- (c) Determine a solução do sistema  $x'(t) = Ax(t) + b(t)$ , com  $b(t) = [e^t \ 2e^t]^T$  e condição inicial  $x(0) = [0 \ 0]^T$ .

- 4.

- (a) Determine a solução geral da equação diferencial escalar

$$y''' - 2y'' + 2y' = 0 .$$

- (b) Mostre que as únicas soluções limitadas da equação anterior são constantes.