

## Cálculo Diferencial e Integral 2 Respostas à Ficha de Trabalho 8

1. (a) O jacobiano é não nulo em  $\mathbb{R}^2$ ,  $f$  é injectiva no seu domínio,  $f(S) = \mathbb{R}^2$  e  $f^{-1}(u, v) = (\frac{1}{3}u + \frac{2}{3}v, \frac{1}{3}u - \frac{1}{3}v)$ .
- (b) O jacobiano é não nulo em  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: xy > 0, x \neq y\}$ .  $f$  não é injectiva no seu domínio.  $f(S) = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2: 0 < v < \frac{1}{2}e^{-u}\}$ , e  $f^{-1}: f(S) \rightarrow S$  é dada pela expressão

$$f^{-1}(u, v) = \left( \frac{\sqrt{\frac{1}{v} + 2e^u} + \sqrt{\frac{1}{v} - 2e^u}}{2}, \frac{\sqrt{\frac{1}{v} + 2e^u} - \sqrt{\frac{1}{v} - 2e^u}}{2} \right)$$

2. (b) Em torno dos pontos  $(x, y) \neq (0, 0)$ .

(c)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$  ou  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ .

3.  $\frac{1}{2}$ .

4.  $f'(1) = -\frac{\pi}{2}$ .

5. (b)  $f'(3) = 0$  e  $f''(3) = \frac{2}{9}$ .

6.  $-\frac{2}{3}$ .

7. (b)  $\alpha'(1) = (1, e - \frac{1}{e})$ .