

# DECOMPOSIÇÕES DE POLÍTOPOS E O TEOREMA DE BRION

LEONOR GODINHO

## Resumo

O Teorema de Brion para polítopos convexos relaciona de uma forma mágica funções geradoras de cones convexos e de polítopos. A sua demonstração original [Br] utiliza técnicas complicadas de geometria algébrica aplicadas a variedades tóricas. Neste mini-curso vamos apresentar uma demonstração muito simples deste resultado utilizando a decomposição clássica de Brianchon-Gram [B, G] para polítopos convexos. Vamos ainda estudar outras decomposições de polítopos e ver algumas das suas aplicações.

## Plano

- 1<sup>a</sup> aula:** Polítopos e cones convexos. Funções geradoras. Teorema de Brion. Exemplos.
- 2<sup>a</sup> aula:** Decomposição de Brianchon-Gram para polítopos convexos e como esta implica o Teorema de Brion.
- 3<sup>a</sup> aula:** Decomposição de Lawrence-Varchenko (ou decomposição polar) dum polítopo convexo simples. Decomposições ponderadas.
- 4<sup>a</sup> aula:** Outras decomposições de polítopos convexos. Aplicações.

## Bibliografia

- [AG] J. Agapito e L. Godinho, *New polytope decompositions and Euler-Maclaurin formulas for simple integral polytopes*, Adv. Math. **214** (2007) 379-416.
- [B] A. Barvinok, *A course in convexity*, Graduate Studies in Mathematics **54**, American Mathematical Society, Providence, RI, 2002.
- [Ba] C. Brianchon, *Théorème nouveau sur les polyèdres*, J. École polytechnique **15** (1837) 317-319.
- [Br] M. Brion *Points entiers dans les polyèdres convexes*, Ann. Sci. École Norm. Sup. **21** (1988) 653-663.
- [B-R] M. Beck e S. Robins, *Computing the continuous discretely*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2007.
- [G] J. Gram, *Om rumvinklerne i et polyeder*, Tidsskrift for Math. (Copenhagen) **4** (1874) 161-163.
- [KSW] Y. Karshon, S. Sternberg e J. Weitsman, *Euler-Maclaurin with remainder for a simple integral polytope*, Duke Math. J. **130** (2005) 401-434.
- [L] J. Lawrence, *Polytope volume computation*, Math. Comp **57** (1991), 259-271.
- [V] A. Varchenko, *Combinatorics and topology of the arrangement of affine hyperplanes in the real space* (Russian) Funktsional. Anal. i Prilozhen. **21**, no. 1, 11-22. Tradução em Inglês: Functional Anal. Appl. **21** (1987), 9-19.