

Teoria da Probabilidade/*Probability Theory* MMA, 1^{o/st} Sem. 2009/10

Informações gerais/*General info*

- **Prof. responsável e docente/*Responsibility and teacher***

Manuel Cabral Morais.

Disciplina leccionada em 2007/08 e 2008/09 pelo Prof. António Pacheco./*Course previously taught in 2007/08 and 2008/09 by Prof. António Pacheco.*

- **Contactos/*Contacts***

Tel. 218417047 ou/or Ext. 1047; Tlm./*Mobile* 927941249.

maj@math.ist.utl.pt

Piso/*Floor* 5 – Sala/*Room* 5.49 – Pav. de Matemática/*Mathematics Building*.

- **Objectivos gerais/*General objectives***

Expôr os alunos à teoria da probabilidade a um nível intermédio nomeadamente a: espaços de probabilidade, variáveis aleatórias e distribuições; transformadas de variáveis e vectores aleatórios; independência; integração e esperança matemática; convergência de sucessões de variáveis aleatórias e teoremas limite clássicos; esperança condicional e martingalas.

To introduce students to probability theory at an intermediate-level, covering: probability spaces, random variables and distributions, transforms of random variables and vectors; independence; integration and expectation; convergence of sequences of random variables and classical limit theorems; conditional expectation and martingales.

- **Website**

<https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/tp/2009-2010/1-semester/pagina-inicial>

Algumas secções necessitam de actualização (e.g. método de avaliação)./

Some of its sections need to be updated (e.g. evaluation method).

- **Website do prof. responsável/*Teacher's website***

<http://www.math.ist.utl.pt/~mjmorais/index.html>

Programa

1. Espaços de probabilidade:
 - (a) experiências aleatórias;
 - (b) acontecimentos e classes de acontecimentos;
 - (c) probabilidade condicional.

2. Variáveis aleatórias:
 - (a) operações/transformações de variáveis aleatórias;
 - (b) distribuições e funções de distribuição;
 - (c) transformadas de variáveis e vectores aleatórios.

3. Independência:
 - (a) critérios de independência;
 - (b) funções de variáveis independentes;
 - (c) acontecimentos independentes;
 - (d) aplicações a modelos estocásticos.

4. Esperança matemática:
 - (a) propriedades;
 - (b) integrais com respeito a funções de distribuição;
 - (c) cálculo da esperança matemática;
 - (d) momentos de variáveis e vectores aleatórios;
 - (e) desigualdades estocásticas.

5. Convergência de sucessões aleatórias:
 - (a) tipos de convergência e relações entre os mesmos;
 - (b) convergência via transformações;
 - (c) aplicações.

6. Teoremas limite clássicos:
 - (a) sucessões de variáveis independentes;
 - (b) lei forte dos grandes números;
 - (c) teorema do limite central;
 - (d) lei do logaritmo iterado;
 - (e) aplicações.

7. Esperança condicional:
 - (a) esperança condicional a um número finito de variáveis aleatórias;
 - (b) esperança como erro quadrado médio mínimo;
 - (c) distribuições condicionais;
 - (d) aspectos computacionais.

8. Martingalas:
 - (a) fundamentos;
 - (b) tempos de paragem;
 - (c) teoremas de amostragem opcional e de convergência de martingalas;
 - (d) aplicações.

Program

1. *Probability spaces:*
 - (a) *random experiments;*
 - (b) *sets and classes of sets;*
 - (c) *conditional probability.*

2. *Random variables:*
 - (a) *operations/transformations of random variables;*
 - (b) *distributions and distribution functions;*
 - (c) *transforms of random variables and vectors.*

3. *Independence:*
 - (a) *criteria for independence;*
 - (b) *functions of independent random variables;*
 - (c) *independent events;*
 - (d) *applications to occupancy problems and stochastic processes.*

4. *Expectation:*
 - (a) *fundamental properties;*
 - (b) *integrals with respect to distribution functions;*
 - (c) *computation of expectations;*
 - (d) *moments of random variables and vectors;*
 - (e) *stochastic inequalities.*

5. *Convergence of random sequences:*
 - (a) *modes of convergence and relations among them;*
 - (b) *convergence under transformations;*
 - (c) *applications.*

6. *Classical limit theorems:*
 - (a) *series of independent random variables; the strong law of large numbers;*
 - (b) *the central limit theorem;*
 - (c) *the law of the iterated logarithm;*
 - (d) *applications.*

7. *Conditional expectation:*
 - (a) *expectation given a finite set of random variables;*
 - (b) *expectation as minimum mean squared error;*
 - (c) *conditional distributions;*
 - (d) *computational aspects.*

8. *Martingales:*
 - (a) *fundamentals;*
 - (b) *stopping times;*
 - (c) *optional sampling theorems;*
 - (d) *martingale convergence theorems;*
 - (e) *Wald's identity;*
 - (f) *applications.*

Bibliografia/*Bibliography*

• Principal/*Recommended*

- Karr, A.F. (1993). *Probability*. Springer-Verlag.

According to the author, the book “is not encyclopaedic” and “quite deliberately incomplete, globally and locally” (Karr, 1993, p. v).

He also recommends that “students should be made aware of the role of probability within the broader context of measure theory” and also adds that “to dismiss probability as the special case of a ‘space with total measure one’ is neither honest nor helpful”.

• Secundária/*Optional*

- Port, S.C. (1994). *Theoretical Probability for Applications*. Wiley. (QA273.4-.67.POR.46958)
- Resnick, S.I. (1999). *A probability path*. Birkhäuser. (QA273.4-.67.RES.49925)

Material didáctico/*Notes and other material*

• Material de revisão/*Revision notes*

- Notas de apoio de Probabilidades e Estatística (caps. 2–5) da autoria de Manuel Cabral Morais, disponíveis em <http://www.math.ist.utl.pt/~mjmorais/materialPEMCM.htm> e em papel na Secção de Folhas da AEIST./

Lectures notes on Probability and Statistics (chaps. 2–5) by Manuel Cabral Morais and in Portuguese, available in <http://www.math.ist.utl.pt/~mjmorais/materialPEMCM.htm> and in a printed version in “Secção de Folhas da AEIST”.

- Notas de apoio de Complementos de Probabilidades e Estatística (caps. 1–3) da autoria de Paulo Soares, disponíveis em <http://www.math.ist.utl.pt/~psoares/cpe> (Material didáctico)/

Lectures notes on Complements of Probability and Statistics in Portuguese (chaps. 1–3) by Paulo Soares and in Portuguese, available in <http://www.math.ist.utl.pt/~psoares/cpe> (Material didáctico).

- Notas de apoio entregues ao início da aulas, inspiradas em Karr (1993)./*Lectures notes handed in the beginning of the classes, inspired by Karr (1993).*
- Enunciados de provas de 2007/2008 e 2008/09./*Tests and exams from 2007/2008 and 2008/09.*

Aulas e horários/ *Classes and schedule*

- **Aulas/ *Classes***

Em inglês e com a seguinte estrutura: motivação, resultado, exemplo, exercício. Os exercícios são marcados e atribuídos a alunas/os com antecedência e resolvidos pelas/os alunas/os no quadro já que “se aprende melhor Matemática de forma activa que passiva” (Karr, 1993, p. ix).

In English and with the following structure: motivation, result, example, exercise. The exercises are chosen and assigned to students in advance, and are solved by the students on the blackboard for “Mathematics is better learned actively than passively” (Karr, 1993, p. ix).

- **Horário (salas)/ *Schedule (classrooms)***

3^a, 5^a, 6^a/ *Tue., Thurs., Fri.*, 08:00–09:30 (Q4.6, V1.36, V1.10).

Não haverá aula nos dias 24 de Setembro (Complutense) e 2 de Outubro (SPE).
There are no classes on September 24 (Complutense) and October (SPE).

- **Horário de dúvidas/ *Tutorials*** (proposta/*proposed*)

3^a/ *Tue.*, 17:00–18:30, Sala/ *Room* P02.09, Pav. Matemática/ *Mathematics Building*.

- **Horário de dúvidas extra/ *Extra tutorials***

Mediante marcação prévia por sms, tel. ou e-mail, com pelo menos 24h de antecedência./ *By appointment (sms, tel. or e-mail), at least 24 hours in advance.*

Piso/ *Floor* 5 – Sala/ *Room* 5.49 – Pav. de Matemática/ *Mathematics Building*.

Nota/ *Note*: O docente poderá abandonar a sala caso o atraso das/os alunas/os seja superior a 15 minutos./ *The teacher will eventually leave the room if the students is more than 15 minutes late.*

Método de avaliação/ *Assessment method (abridged version)*

A avaliação de conhecimentos desta disciplina contempla: / *The assessment method comprises:*

- ou dois testes ou um exame final (90%) — o 1º teste realiza-se no dia 7 de Novembro de 2009, Sábado, às 09:00, o 2º teste realiza-se na data do Exame de 1ª Época ou na de 2ª Época; /
either two tests or one final exam (90%) — 1st test on November 7, 2009 (Saturday), at 09:00, 2nd test along with the 1st or the 2nd exam;
- comparência em pelo menos 5 seminários de Probabilidades e Estatística” e elaboração de um relatório (max. 2 páginas) sobre um dos seminários à escolha da/o aluna/o (10%) — entregue até às 24:00 de 12 de Dezembro de 2009. /¹
attendance of at least 5 Probability and Statistics seminars and a report (max. 2 pages) on one of the seminars (10%) — handed by December 12, 24:00.

Informação adicional:

- **Exame Final**
 - Os alunos que optarem pelo exame final podem comparecer às duas datas de exame.
 - A duração de qualquer exame é de 3 horas.
- **Testes**
 - Serão realizados dois testes com igual peso na classificação final (20 valores cada um) e incidindo sobre partes distintas da matéria
 - A duração de cada teste é de 1 hora e 30 minutos.
 - A nota em cada um dos testes não pode ser inferior a 7.0.
 - O 1º teste realizar-se-á durante o período de aulas e o 2º teste será realizado simultaneamente com qualquer exame.
 - Data acordada para o 1º teste: **7 de Novembro de 2009, Sábado, às 09:00.**
 - Todos os alunos podem apresentar-se aos exames, quer tenham ou não entregue algum teste e qualquer que tenha sido a classificação obtida.
 - **Só é permitido repetir o 2º teste na 2ª data de exame aos alunos que não obtiverem aprovação por teste na disciplina na 1ª data de exame (ou por não comparência, ou por desistência, ou por ter tido nota inferior a 7.0, ou por ter tido média de teste inferior a 9.5).**

¹No caso de trabalhador@s-estudantes, a componente de seminários é substituída pela elaboração de resumo (max. 2 páginas) de um artigo de tamanho médio (aprox. 10 pag.) na área de Probabilidades.

- **Identificação pessoal** — Os alunos só podem apresentar-se a provas munidos do cartão de aluno do IST.
- **Material permitido nas provas de avaliação** — Folhas de prova e de rascunho e uma máquina de calcular.
- **Melhoria de nota** — Os alunos aprovados que desejem fazer melhoria de nota devem seguir as disposições gerais em vigor no IST tendo acesso apenas à avaliação por exame final.
- **Anulação de provas** — A utilização ou a mera posse de materiais não permitidos em qualquer prova de avaliação são razões suficientes para a anulação da prova sem prejuízo da posterior instauração de processo disciplinar nos casos em que a falta for considerada grave.