

Álgebra Linear

Licenciaturas: Eng. Ambiente, Eng. Biológica
1º Semestre — 21 Dez. 2006

Nome: _____
Número: _____ Curso: _____

Duração: 30M

Cotação das perguntas de escolha múltipla: Correcta: 0,7 v. Errada: -0,2v.

Instruções:

- **Desligue completamente o seu telemóvel.**
- Não é permitido usar calculadoras.
- Todas as perguntas devem ser respondidas neste enunciado.

A preencher pelo docente

| Correctas | Erradas | Total esc. | múlt.: | |
|-----------|---------|------------|---------|--------|
| 1a). | 1b). | 1c). | 4a) b). | 4c) d) |
| Nota: | | | | |

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

[1.3]

$$T(x, y, z) = (x + 2y + z, 2x + 4y + 2z).$$

- Escreva a matriz A que representa T em relação às bases canónicas de \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^2 .
- Indique uma base do núcleo de T .
- Indique, se existir, um vector de \mathbb{R}^2 que não pertença à imagem de T .

 PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

2. Considere a seguinte lista de funções:

[0.7]

$T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $(x, y) \rightarrow (\sqrt{2}x - \sqrt{3}y, -\frac{1}{2}x + y)$.

$T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $(x, y) \rightarrow \|(x, y)\|$.

$T_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T_3(x, y, z) = (x - 2, y + z + 1)$.

$T_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $v \rightarrow 2v$.

A lista **completa** das que são transformações lineares é

T_1, T_2 e T_4 T_4 T_1 e T_4 T_2 e T_3 .

3. Seja $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ uma transformação linear tal que a dimensão do núcleo de T é 3.

[0.7]

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

T é injectiva.

A dimensão da imagem de T é 2.

A dimensão da imagem de T é 1.

T é sobrejectiva.

 FIM DAS PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

4. Considere no espaço vectorial P_2 dos polinómios a uma variável t com coeficientes reais e grau menor ou igual a 2 a base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ e a transformação

[0.8]

linear $T : P_2 \rightarrow P_2$ cuja matriz em relação à base \mathcal{B} é $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Diga, justificando, quais das seguintes afirmações são correctas:

a) T é sobrejectiva.

b) T admite vectores próprios.

c) $T(t + t^2) = 3 + 6t + 3t^2$

d) Uma base do núcleo de T é $((-3, -2, 1))$.