

Álgebra Linear

Licenciaturas: Eng. Ambiente, Eng. Biológica
1º Semestre — 24 Out. 2006

Nome: _____
Número: _____ Curso: _____

Duração: 45 Minutos

Cotação das perguntas de escolha múltipla : Correcta: 1,5 v. Errada: -0,5v.

A preencher pelo docente:

Correctas	Erradas	Total esc. múlt.:
4.	5.	6.
Nota:		

1. Sejam A e B as matrizes seguintes:

[1.5]

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Qual das seguintes matrizes é igual a BA^T ?

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

2. Seja A uma matriz de tipo $n \times n$ invertível. Considere a seguinte lista de afirmações:

[1.5]

- I. A matriz A não tem entradas nulas.
- II. O sistema $AX = 0$ é possível e determinado.
- III. A matriz A pode escrever-se como produto de matrizes elementares.
- IV. A característica de A é menor do que n.

A lista **completa** de afirmações correctas é:

I e II

II e III

II e III e IV

I e III

3. Seja $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Considere a seguinte lista de afirmações referentes à matriz E : [1.5]

I. $\text{car}(E) = 3$.

II. $(E^{-1})^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

III. E é uma matriz elementar.

IV. Sendo B uma matriz 3×7 , EB é a matriz que se obtém de B adicionando à primeira linha de B a terceira linha de B multiplicada por -3 .

A lista **completa** de afirmações correctas é:

I e III e IV

I e III

I e II e III e IV

II e IV

4. Seja M uma matriz de ordem 4 tal que $M^4 = I_4$ e seja C uma matriz coluna de tipo 4×1 .

Complete de modo a obter afirmações verdadeiras:

i) O sistema $MX = 0$ é possível e [0.5]

ii) $M^{-1} = \dots\dots\dots$ [0.5]

iii) $\text{car}(M) \dots \text{car}([M|C])$ [0.5]

iv) $X = \dots\dots\dots$ é solução do sistema $MX = C$ [0.5]

5. Escreva a matriz $A = [a_{ij}]$ de tipo 3×4 definida por [1.5]

$$a_{ij} = \begin{cases} -a_{ji} & \text{para } j \leq i \\ (-1)^{(i+j)}(j-2)^2 & \text{para } j > i \end{cases}$$

6. Para cada parâmetro real b considere o sistema de equações lineares cuja matriz aumentada é **[2.0]**

$$A_b = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & -4 & b^2 & b-2 \end{array} \right].$$

Faça a discussão dos sistemas em função de b e determine a solução geral em cada caso.