

Uma proposta de programa de Álgebra Linear

1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

1) Esta proposta de programa é elaborada atendendo aos seguintes factores e constrangimentos:

- A disciplina funcionará no 1^o semestre do 1^o ano.
- Os alunos a quem se dirige tiveram muito pouco contacto com qualquer tipo de pensamento abstracto.
- Destina-se a alunos de Engenharia.
- O primeiro semestre do primeiro ano actualmente tem cerca de 12 semanas lectivas.
- Os objectivos da disciplina deverão ser fornecer de forma eficaz ferramentas de Álgebra Linear necessárias à Engenharia e ajudar a formar um raciocínio lógico e objectivo essencial num engenheiro.

2) As opções feitas neste programa (insistência em \mathbb{R}^n e propriedades das matrizes) estão de acordo com tanto os programas das disciplinas semelhantes para alunos no primeiro semestre do 1^o ano em Universidades do Cluster como com o “Core Syllabus” recomendado pelo “Curriculum Study Group” nos Estados Unidos.

2. OBJECTIVOS DO PROGRAMA

Um estudante deverá dominar o cálculo matricial e técnicas relacionadas e ser capaz de aplicar estes conhecimentos a problemas vindos das sua área de estudo.

3. PROGRAMA

- Sistemas de equações lineares e cálculo matricial (eliminação de Gauss; decomposição LU).
- Determinantes.
- Subespaços vectoriais de \mathbb{R}^n (\mathbb{C}^n) (bases; dimensão; eliminação de Gauss e independência linear; equações para subespaços).
- Menção breve de espaços vectoriais.
- Valores e vectores próprios, (diagonalização de matrizes).
- Produto interno usual em \mathbb{R}^n (Gram-Schmidt e decomposição QR; mínimos quadrados; diagonalização de matrizes simétricas e formas quadráticas; decomposição SVD (“singular value decomposition”).
- Produto interno usual em \mathbb{C}^n e produtos internos em geral.
- Transformações lineares, mudanças de referencial e estudo de aspectos geométricos em \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n .
- Aplicações de álgebra linear.

4. NÚMERO DE HORAS APROXIMADO PARA CADA ASSUNTO

- Sistemas de equações lineares e cálculo matricial **7 a 8 horas.**
- Determinantes **3 a 4 horas.**
- Subespaços vectoriais de \mathbb{R}^n (\mathbb{C}^n) **4 a 5 horas.**
- Menção breve de espaços vectoriais **1 a 2 horas.**
- Valores e vectores próprios **2 a 3 horas.**

A totalizar cerca de **20 horas.**

- Produto interno usual em \mathbb{R}^n **6 a 8 horas.**
- Produto interno usual em \mathbb{C}^n e produtos internos em geral **1 a 2 horas.**
- Transformações lineares, mudanças de referencial **3 a 4 horas**

A totalizar cerca de **12 horas.**

As restantes 4 horas (de 36) serão usadas para apresentar aplicações de álgebra linear (exemplos: matrizes de Markov, matrizes de incidencia de circuitos, uso de matrizes em engenharia ou uma introdução a sistemas de equações diferenciais lineares homogêneos e resolução no caso em que a matriz é diagonalizável).

5. BIBLIOGRAFIA POSSÍVEL

Principal

Howard Anton, Chris Rorres, *Elementary Linear Algebra (Applications Version)*, John Wiley and Sons, Inc., 1994.

Outra:

David Lay, *Linear Algebra and its Applications*, 3rd edition, Addison-Wesley

Gilbert Strang, *Introduction to Linear Algebra*, Wellesley, 3.ed, 1998.

e(talvez):

Folhas elaboradas pelos docentes do departamento (estas follhas poderão tornar-se um livro, depois de testadas)

6. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

- Os aspectos geométricos a focar em \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n , a serem introduzidos na altura em que os tópicos necessários o forem, deverão ser os seguintes: distinção entre ponto e vector, subespaços afins e vectoriais, paralelismo, interpretação geométrica do conjunto de soluções de um sistema de equações e determinação de equações para subespaços, perpendicularidade, decomposição de \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n em soma directa de complementos ortogonais, projecções ortogonais, transformações lineares e afins, mudanças de base e mudanças de referencial, interpretação geométrica de valores próprios, da decomposição QR e da decomposição SVD. Classificação de quádras. Redução à forma normal e estudo detalhado em \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 .
- Na parte inicial deverão ser feitas as demonstrações de propriedades de matrizes e determinantes (exemplo: a unicidade da inversa de uma matriz, dedução das propriedades dos determinantes, dedução

de que os valores próprios de uma matriz são as raízes do polinómio característico).

- As demonstrações do teorema espectral para matrizes simétricas ou das decomposições importantes de matrizes podem ser omitidas.
- Será necessário adoptar um livro de referência acessível aos estudantes do ponto de vista de compreensão e parte da matéria deve ser leccionada fazendo-os recorrer ao livro.

A sugestão feita (Anton-Rorres) é um livro adoptado em várias universidades (inclusive na EPFL) e pelo qual um aluno actual consegue estudar. Não tem a decomposição SVD.

- As transformações lineares poderão ser introduzidas progressivamente como funções definidas por matrizes.
- Para aulas sobre aplicações de álgebra linear poder-se-ia encarar a hipótese de convidar docentes de outros departamentos.