Propriedades dos sistemas de reescrita

1. Seja R um sistema de reescrita. Mostre que se R é terminante e confluente então cada termo t tem uma e uma só forma normal.

2. Seja R um sistema de reescrita. Mostre que se R é terminante então R é confluente sse R é localmente confluente.

3. Considere o sistema de reescrita

$$R = \{f(g(f(x))) \to x, f(g(x)) \to g(f(x))\}.$$

   (a) Verifique se o sistema R é terminante.

   (b) Calcule todos os pares críticos de R. O sistema é localmente confluente?

4. Considere a especificação algébrica $nat = \langle \Sigma, X, \Gamma \rangle$ onde

   - $E = \{nat\}$
     $z :\to nat$
     $s : nat \to nat$
     $som : nat\ nat \to nat$
     $mult : nat\ nat \to nat$
   - $X_{nat} = \{n, m, n_1, m_1, \ldots\}$
   - Axiomas
     - $som(n, z) = n$
     - $som(n, s(m)) = s(som(n, m))$
     - $mult(n, z) = z$
     - $mult(n, s(m)) = som(mult(n, m), n)$

   Verifique se o sistema de reescrita induzido pela especificação é terminante e confluente.

5. Considere a especificação algébrica $pilhanat = \langle \Sigma, X, \Gamma \rangle$ onde

   - $E = \{nat, pilha\}$
     $z :\to nat$
     $nova :\to pilha$
     $s : nat \to nat$
     $sb : nat\ pilha \to pilha$
     $tp : pilha \to nat$
     $rt : pilha \to pilha$
     $altrn : pilha\ pilha \to pilha$
   - $X_{nat} = \{n, m, n_1, m_1, \ldots\}$ e $X_{pilha} = \{p, p_1, \ldots\}$
   - Axiomas
     - $tp(nova) = z$
     - $tp(sb(n, p)) = n$

- $rt(nova) = nova$
- $rt(sb(n,p)) = p$
- $altrn(nova,p) = p$
- $altrn(sb(n,p_1),p_2) = sb(n, altrn(p_2,p_1))$

(a) Verifique se o sistema de reescrita induzido pela especificação é terminante e confluente.

(b) Considere a especificação *pilhanat'*, idêntica a *pilhanat*, mas onde a primeira equação que envolve a operação *altrn* é substituída por $altrn(p, nova) = p$. Verifique se o sistema de reescrita induzido pela especificação *pilhanat'* é terminante e confluente.

6. Considere o sistema de reescrita

$$R = \{(x.y).z \to x.(y.z), 1.x \to x, i(x).x \to 1\}.$$

Mostre que R é terminante mas não é confluente.

7. Considere o sistema de reescrita

$$R = \{(x.y).z \to x.(y.z), 1.x \to x, x.1 \to x\}.$$

Mostre que R é terminante. O sistema R é confluente?

8. Mostre que o sistema de reescrita

$$R = \{f(f(x)) \to f(x), f(g(x)) \to g(x), g(g(x)) \to f(x), g(f(x)) \to g(x)\}$$

é terminante e confluente.

9. Considere as especificações construídas nos exercícios da folha de exercícios *Especificações algébricas de tipos de dados abstractos*. Verifique se o sistema de reescrita induzido por cada uma das especificações é terminante e confluente.

10. Considere o conjunto de equações

$$E = \{(x.y).(y.z) = y\}$$

que define uma classe particular de grupóides, os *grupóides centrais*. Considerando uma ordem de redução apropriada, aplique a E o procedimento de completação estudado por forma a encontrar um sistema de reescrita terminante e confluente.

11. Considere o conjunto de equações

$$E = \{f(g(f(x))) = x\}.$$

Considerando uma ordem de redução apropriada, aplique a E o procedimento de completação estudado por forma a encontrar um sistema de reescrita terminante e confluente.

12. Considere o conjunto de equações

$$E = \{f(g(f(x))) = f(g(x))\}.$$

Considerando uma ordem de redução apropriada, aplique a E o procedimento de completação estudado por forma a encontrar um sistema de reescrita terminante e confluente.