Licenciatura em Engenharia de Informática e de Computadores
Licenciatura em Engenharia de Redes de Comunicação e Informação

Teoria da Computação
Resolução do Teste 2
Versão A 2004-05

Grupo 1:
1. $G = (V, I, P, S)$ em que

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $I = \{a, b, c\}$
- $P :: \begin{array}{lllllll} S & \rightarrow & aA & & & & \\ A & \rightarrow & \epsilon & | & bB & | & cC \\ B & \rightarrow & \epsilon & | & aA & | & cC \\ C & \rightarrow & \epsilon & | & aA & | & bB \end{array}$

2.

1	S	símbolo inicial
2	aA	$S \rightarrow aA$
3	abB	$A \rightarrow bB$
4	$abcC$	$B \rightarrow cC$
5	$abcaA$	$C \rightarrow aA$
6	$abcabB$	$A \rightarrow bB$
7	$abcab$	$B \rightarrow \epsilon$

Grupo 2:
1. As sequências que pertencem à linguagem representada pela expressão regular são ϵ e xxx. As sequências $yxyx$ e $yyyyx$ não pertencem à linguagem representada pela expressão regular.
2. $b(a+b+c)^*a(a+b+c)^*a(a+b+c)^*b + c(a+b+c)^*a(a+b+c)^*a(a+b+c)^*c$.

Grupo 3:
1. Tem-se que

1. $V(\neg C) = 1$ porque $V(C) = 0$
2. por 1. $V(A \vee \neg C) = 1$
3. por 2. $V(\neg(A \vee \neg C)) = 0$

Conclui-se então que $V \not\models \neg(A \vee \neg C)$,

2. Considere-se a valoração V em que $V(A) = 1$, $V(B) = 0$ e $V(C) = 0$. Então

1. $V(B \rightarrow (\neg A)) = 1$ porque $V(B) = 0$
2. $V(C \rightarrow B) = 1$ porque $V(C) = 0$

3. por 1. e 2, $V((B \to (\neg A)) \wedge (C \to B)) = 1$

4. $V(\neg C) = 1$ porque $V(C) = 0$

5. por 4., $V(A \vee (\neg C)) = 1$

6. por 5., $V(\neg(A \vee (\neg C))) = 0$

7. por 3. e 6, $V(((B \to (\neg A)) \wedge (C \to B)) \to (\neg(A \vee (\neg C)))) = 0$

Conclui-se então que $V \not\models ((B \to (\neg A)) \wedge (C \to B)) \to (\neg(A \vee (\neg C)))$ e portanto a fórmula $((B \to (\neg A)) \wedge (C \to B)) \to (\neg(A \vee (\neg C)))$ não é válida.

Grupo 4:
1. Dizer que L é uma linguagem regular significa que existe um autómato finito determinista D tal que $L = L_D$.
2.a) $G = (V, I, P, S)$ em que

- $V = \{S, S_1\}$
- $I = \{a, b\}$
- $P :: \begin{array}{lll} S & \to & aaS_1b \\ S_1 & \to & \epsilon \quad | \quad aaS_1b \end{array}$

2.b) Suponha-se com vista a um absurdo que existe um autómato finito determinista D que reconhece a linguagem $a^{2n}b^n$, $n \geq 1$. Seja k o número de estado de D. Considere-se a sequência $w = a^{2k}b^k$. Então D transita por $3k$ estados enquanto processa w:

$$q_i \; {}^a \; q_{i+1} \overset{a}{\cdots} q_{i+2k} \; {}^b \; q_{i+2k+1} \overset{b}{\cdots} q_{i+3k}$$

Tendo em conta que o número de estados de D é k existem pelo menos dois estados que se repetem. Sejam então $q_j = q_{j'}$ com $j' \neq j$ e $1 \leq j < j' \leq i + 2k$. Sendo $j' - j = r$ e notando que $r \neq 0$ tem-se que o autómato aceita também $a^{2k-r}b^k$ o que contradiz o facto de D reconhecer a linguagem $a^{2n}b^n$, $n \geq 1$.