Autómatos finitos deterministas

Definição: Autómato finito determinista
Um autómato finito determinista é um tuplo

$$D = (Q, I, \delta, q_0, F)$$

onde

- Q é um conjunto finito e não vazio (conjunto dos estados)
- I conjunto finito (alfabeto ou vocabulário dos símbolos de entrada)
- $\delta : Q \times I \to Q$ (função de transição directa)
- $q_0 \in Q$ (estado inicial)
- $F \subseteq Q$, tal que $F \neq \emptyset$ (conjunto dos estados finais).

A função de transição define-se recursivamente usando a função de transição directa.

Definição: Função transição
Seja $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ um autómato finito determinista. A função

$$\delta^* : Q \times I^* \to Q$$

tal que

- $\delta^*(q, \epsilon) = q$
- $\delta^*(q, w.i) = \delta(\delta^*(q, w), i)$

onde $w \in I^*$ e $i \in I$, diz-se função de transição.

Definição: Sequência aceite e linguagem reconhecida por autómato finito determinista
Seja $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ um autómato finito determinista. A sequência $w \in I^*$ diz-se aceite por D sse $\delta^*(q_0, w) \in F$. A linguagem reconhecida por D, ou linguagem de D, representa-se por L_D e é o conjunto das sequências aceites por D.

Exemplo: Pretende-se definir um autómato finito determinista D_1 cuja linguagem seja formada pelas sequências de a's e b's que comecem e terminem em a. Uma possibilidade é o autómato $D_1 = (Q, I, \delta, q_0, F)$ com

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

- $I = \{a, b\}$
- $F = \{q_1\}$
- $\delta = Q \times I \rightarrow Q$ tal que

δ	a	b
q_0	q_1	nd
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_2

Exemplo: Pretende-se definir um autómato finito determinista D_2 cuja linguagem seja formada pelas sequências de a's e b's que entre dois a's consecutivos tenham no máximo um b. Uma possibilidade é o autómato $D_2 = (Q, I, \delta, q_0, F)$ com

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $I = \{a, b\}$
- $F = Q$
- $\delta = Q \times I \rightarrow Q$ tal que

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	nd	q_3

Pretende-se verificar se as seguintes sequências fazem parte da linguagem reconhecida pelo autómato D_2.

- ba

  $\delta^*(q_0, ba) =$
  $\delta(\delta^*(q_0, b), a)$
  $\delta(\delta(\delta^*(q_0, \epsilon), b), a) =$
  $\delta(\delta(q_0, b), a) = \delta(q_0, a) = q_1$

  Como $\delta^*(q_0, ba) = q_1$ e $q_1 \in F$ tem-se que $ba \in L_D$.

- aba

  $\delta^*(q_0, aba) =$
  $\delta(\delta^*(q_0, ab), a)$
  $\delta(\delta(\delta^*(q_0, a), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(\delta^*(q_0, \epsilon), a), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(q_0, a), b), a) =$
  $\delta(\delta(q_1, b), a) = \delta(q_2, a) = q_1$

  Como $\delta^*(q_0, aba) = q_1$ e $q_1 \in F$ tem-se que $aba \in L_D$.

- $abba$

  $\delta^*(q_0, abba) =$
  $\delta(\delta^*(q_0, abb), a)$
  $\delta(\delta(\delta^*(q_0, ab), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(\delta^*(q_0, a), b), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(\delta(\delta^*(q_0, \epsilon), a), b), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(\delta(q_0, a), b), b), a) =$
  $\delta(\delta(\delta(q_1, b), b), a) =$
  $\delta(\delta(q_2, b), a) = \delta(q_3, a)$

  Como $\delta(q_3, a)$ não está definido, $\delta^*(q_0, abba)$ também não está definido e portanto $\delta^*(q_0, abba) \notin F$ pelo que $abba \notin L_D$.