

**Instituto Superior Técnico**  
**Departamento de Matemática**  
**Lic. em Engenharia Informática e de Computadores (Alameda)**

**Teoria da Computação**

**Exame 1 - Versão A**

23 de Janeiro de 2004

Duração: 3h

Cotação : 10 valores

**A questão 1.4b) pesa a classificação obtida nas fichas electrónicas**

**Grupo 1**

**1.1** (1.0+0.3+0.8)

Considere a linguagem  $L$  sobre o alfabeto  $I = \{a, b\}$  constituída pelas sequências nas quais os dois primeiros símbolos são iguais e os dois últimos símbolos são diferentes.

- a) Construa um autómato finito determinista  $D$  tal que  $L_D = L$ .
- b) Mostre que  $bba \in L_D$ .
- c) Existe algum autómato finito determinista  $D'$  com menos estados que  $D$  e tal que  $L_{D'} = L_D$ ? Recorrendo a técnicas estudadas, justifique detalhadamente a sua resposta. Notar bem: *não* é necessário construir o autómato  $D'$  no caso da resposta à pergunta ser afirmativa.

**1.2** (1.0+0.7+0.7)

Considere a linguagem  $L$  sobre o alfabeto  $I = \{0, 1, 2\}$  constituída pelas sequências que começam por 1 e a soma dos dígitos que as compõem é par.

- a) Construa uma gramática regular  $G$  tal que  $L_G = L$ .
- b) A partir da gramática  $G$ , e usando o algoritmo estudado, encontre uma expressão regular  $\alpha$  tal que  $L(\alpha) = L_G$ .
- c) A partir da gramática  $G$ , e usando algoritmos estudados, comece por obter um autómato finito não determinista  $A$  tal que  $L_A = L$  e obtenha depois a partir deste um autómato finito não determinista com movimentos  $\epsilon$ ,  $A'$ , tal que  $L_{A'} = L^*$ .

**1.3** (0.8)

Escreva uma expressão regular  $\alpha$  sobre o alfabeto  $I = \{x, y, z\}$  tal que  $L(\alpha)$  seja o conjunto das sequências não vazias que começam e terminam com o mesmo símbolo e a seguir a um  $x$  nunca têm um  $z$ .

**1.4**

(0.7+1.2+0.8)

a) Considere o programa URM seguinte.

- 1 S(2)
- 2 S(2)
- 3 J(2,3,12)
- 4 S(3)
- 5 J(1,3,9)
- 6 S(1)
- 7 S(4)
- 8 J(2,2,5)
- 9 T(4,1)
- 10 S(1)
- 11 J(2,2,13)
- 12 T(3,1)

Apresente o fluxograma e diga qual é a função ternária calculada pelo programa.

b) Considere uma função  $g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  total e suponha que dispõe de um oráculo  $G[p, q]$  que, sendo  $x$  o conteúdo do registro  $R_p$ , coloca o valor  $g(x)$  no registro  $R_q$ . Para cada  $n \in \mathbb{N}_0$ , seja  $A_n = \{g(i) : 0 \leq i \leq n\}$  (isto é,  $A_n = \{g(0), g(1), \dots, g(n)\}$ ).

Escreva um programa URM para calcular a função  $dif : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  tal que  $dif(n) = \max(A_n) - \min(A_n)$  onde  $\max(A_n)$  e  $\min(A_n)$  são, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo do conjunto  $A_n$ .

Para além do oráculo  $G$  pode também utilizar os oráculos  $SUB[p, q, s]$  e  $MIN[p, q, s]$ . Sendo  $x$  o conteúdo do registro  $R_p$  e  $y$  o conteúdo do registro  $R_q$  tem-se que: (i)  $SUB[p, q, s]$  coloca o valor  $x - y$  no registro  $R_s$  se  $x \geq y$  e coloca 0 caso contrário; (ii)  $MIN[p, q, s]$  coloca em  $R_s$  o valor mínimo do conjunto  $\{x, y\}$ .

c) Calcule o programa URM cujo número de Gödel é 20608.

**Grupo 2****2.1**

(0.5)

Seja  $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$  um autómato finito não determinista. Explique, de acordo com o algoritmo estudado, como pode construir a partir de  $A$  um autómato finito determinista  $D$  tal que  $L_D = L_A$ .

**2.2**

(0.7)

Qual é a função  $h : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$  que é definida por recursão a partir da função  $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  tal que  $f(x) = x$  e da função  $g : \mathbb{N}_0^3 \rightarrow \mathbb{N}_0$  tal que  $g(x, y, z) = z + 2y + 1$ ? Justifique rigorosamente a sua resposta.

**2.3**

(0.8)

Mostre que existe uma função total  $g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  que não é URM-computável.