

Teoria da Computação

Exame 1

30 de Junho de 2003

Duração: 3h

Nota mínima: 3.5 valores

A questão I.3 a) pesa a classificação obtida nas fichas electrónicas

Grupo I

I.1

(1.0+1.0+0.5)

- Construa uma gramática regular G que gere a linguagem das sequências do alfabeto $\{x, y\}$ que começam e terminam com o mesmo símbolo e em que o outro símbolo ocorre um número ímpar de vezes. Verifique que $xyxxx \in L_G$.
- A partir de G e recorrendo ao algoritmo estudado, encontre uma expressão regular α tal que $L(\alpha) = L_G$.
- Apresente uma expressão regular que denote a linguagem das sequências de 0's e 1's que terminam em 1 e cujo somatório dos dígitos é um múltiplo de 3.

I.2

(1.0+1.0)

- Considere o autómato finito não determinista $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $I = \{a, b, c\}$, $F = \{q_3\}$ e $\delta : Q \times I \rightarrow 2^Q$ é definida por

δ	a	b	c
q_0	$\{q_1, q_2, q_3\}$	\emptyset	\emptyset
q_1	\emptyset	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_2, q_3\}$	\emptyset	\emptyset
q_3	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Verifique se $abc \in L_A$. Usando o algoritmo estudado obtenha a partir de A um autómato finito determinista D tal que $L_D = L_A$.

- Note que o autómato D tem estados inúteis, e comece por eliminá-los. Existe algum autómato finito determinista D' com ainda menos estados tal que $L_{D'} = L_D$? Justifique detalhadamente a resposta e, no caso desta ser afirmativa, apresente o autómato mínimo D' .

I.3**(1.0+1.0)**

- a) Construa um programa URM que calcule a função $h(x) = x'$, onde x' é o número que se obtém eliminando de x os dígitos que surgem em posições pares, assumindo que o primeiro dígito é o das unidades, o segundo o das dezenas, etc. Tem-se, por exemplo, $h(635798) = \cancel{6}3\cancel{5}7\cancel{9}8 = 378$.

Pode utilizar os oráculos DIGN, PROD, SUM e DEZ. Sendo a o conteúdo do registo R_p e b o conteúdo do registo R_q , recorde que DIGN[p, q, s] coloca no registo R_s o a -ésimo dígito de b se $a \neq 0$ e a não excede o número de dígitos de b e 10 caso contrário, PROD[p, q, s] coloca no registo R_s o produto de a e b , SUM[p, q, s] coloca no registo R_s a soma de a e b , e DEZ[s] coloca 10 no registo R_s .

- b) Calcule o programa URM cujo número de Gödel é 2561 e caracterize a função binária por ele calculada.

Grupo II**II.1****(1.0+0.5+0.5)**

- a) Mostre que não é regular a linguagem constituída pelas sequências do alfabeto $\{0, 1\}$ cujo número de 0's é o dobro do número de 1's.
- b) Seja $G = (V, I, P, S)$ uma gramática regular. Usando o algoritmo estudado, indique como construir a partir de G um autômato finito não determinista A tal que $L_A = L_G$.
- c) Seja $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ um autômato finito não determinista. Indique, no caso geral, como construir a partir de A um autômato finito não determinista \bar{A} tal que $L_{\bar{A}} = I^* \setminus L_A$.

II.2**(0.5+1.0)**

- a) Mostre que a função

$$\lambda x. \begin{cases} x/2 & \text{se } x \text{ é par} \\ \text{indef} & \text{se } x \text{ é ímpar} \end{cases}$$

se obtém por minimização a partir da função $\lambda xy. |2y - x|$.

- b) Demonstre que existe uma função $f : \mathbb{N}_o \rightarrow \mathbb{N}_o$ não computável.