Licenciatura em Engenharia de Sistemas de Informação e Multimédia
Licenciatura em Engenharia de Redes de Comunicação e Informação

Teoria da Computação

Exame 2
Duração: 3h
Cotação : 10 valores

5 de Fevereiro de 2003

Grupo 1

1.1 (1.0+0.8)

Considere a linguagem L constituída pelas sequências de elementos do conjunto $I = \{x, y, z\}$ que não começam em y, têm um número par de y's e terminam em x.

a) Construa uma gramática regular G tal que $L_G = L$.

b) A partir da gramática G e usando o algoritmo estudado, encontre uma expressão regular α tal que $L(\alpha) = L_G$.

1.2 (1.0+0.4+0.8+0.5)

Considere a linguagem L constituída pelas sequências de elementos do conjunto $I = \{x, y, z\}$ que começam por x, têm pelo menos um y e no máximo um z.

a) Construa um autómato finito determinista D tal que $L_D = L$.

b) Mostre que $xyx \in L_D$.

c) Existe algum autómato finito determinista D' com menos estados que D e tal que $L_{D'} = L_D$? Recorrendo a técnicas estudadas, justifique detalhadamente a sua resposta. (Notar bem: *não* é necessário construir o autómato D', no caso da resposta à pergunta ser afirmativa).

d) Recorde que um autómato finito determinista pode ser visto como caso particular de autómato finito não determinista. A partir de D e tendo em conta o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A, tal que $L_A = L_D^*$.

1.3 (0.8)

Escreva uma expressão regular α tal que $L(\alpha)$ seja o conjunto constituído pelas sequências de elementos do conjunto $I = \{x, y, z\}$ que ou terminam em z e têm no máximo um y ou começam em x e têm um número ímpar de y's.

1.4 (0.7+1.2+0.8)

a) Considere o programa URM seguinte.
1 T(1,3)
2 J(3,4,6)

3 S(1)
4 S(4)
5 J(1,1,2)
6 J(1,2,10)
7 S(2)
8 S(5)
9 J(1,1,6)
10 T(5,1)

Apresente o fluxograma e diga qual é a função com 2 argumentos calculada pelo programa.

b) Escreva um programa URM para calcular a função $f : I\!N_0^2 \rightarrow I\!N_0$ tal que $f(x, y) = 0$ se $x > y$ e $f(x, y)$ é o número de primos que existem entre x e y (inclusive) se $x \leq y$. Só pode utilizar o oráculo PRIMEQ[p, q] . Este oráculo é tal que, sendo x o conteúdo do registo R_p, coloca 1 no registo R_q se x for número primo e 0 caso contrário (só altera o registo R_q).

c) Calcule o programa URM cujo número de Gödel é 5124.

Grupo 2

2.1 (0.5)

Seja $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ um autómato finito não determinista. Explique, de acordo com o algoritmo estudado, como pode construir a partir de A um autómato finito determinista D tal que $L_D = L_A$.

2.2 (0.5)

Mostre que a função $g : I\!N_0 \rightarrow I\!N_0$ tal que

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{se } x \text{ é quadrado perfeito} \\ \text{não def.} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

é definida a partir da função $f : I\!N_0^2 \rightarrow I\!N_0$ tal que $f(x, y) = \mid x - y^2 \mid$ por minimização.

2.3 (1.0)

Enuncie rigorosamente o problema da paragem e mostre que não é decidível.