Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores

Teoria da Computação

Exame 2

25 de Julho de 2003

Duração: 3h **Nota mínima: 3.5 valores**

A questão I.3 a) pesa a classificação obtida nas fichas electrónicas

Grupo I

I.1 **(1.0+1.0+1.0)**

a) Obtenha, pelo algoritmo estudado, um autómato finito não determinista A' (sem movimentos-ϵ) que reconheça a mesma linguagem que o autómato finito não determinista com movimentos-ϵ $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $I = \{a, b\}$, $F = \{q_3\}$ e $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ é definida por

δ	a	b	ϵ
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\{q_3\}$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\{q_3\}$	$\{q_2\}$

b) Construa um autómato finito determinista D que reconheça precisamente as sequências de x's e y's em que imediatamente antes ou depois de cada símbolo ocorre um símbolo igual. Verifique que $xxxyy \in L_D$.

c) Usando técnicas estudadas, construa uma gramática regular G tal que $L_G = \{x, y\}^* \setminus L_D$.

I.2 **(1.0+0.5)**

a) Considere a gramática regular $G = (V, I, P, S)$ onde $V = \{S, A, B, C\}$, $I = \{0, 1, 2\}$ e P contém as produções

$$\begin{array}{lcl} S & \to & 0A \mid 1B \mid 2S \\ A & \to & 1B \mid 2S \\ B & \to & 2S \mid 0C \\ C & \to & 1C \mid \epsilon \end{array}$$

A partir de G e recorrendo ao algoritmo estudado, encontre uma expressão regular α tal que $L(\alpha) = L_G$.

b) Apresente uma expressão regular que denote a linguagem das sequências de 0's e 1's que têm um número par de 1's e cujo primeiro e último símbolos são diferentes.

I.3 **(1.0+1.0)**

a) Construa um programa URM que calcule a função característica do predicado "x é capicua". Recorde que um número é capicua se for o mesmo quando lido da direita para a esquerda. Por exemplo, 232 e 55 são capicuas mas 10 não é.

Pode utilizar os oráculos DIGN, PROD, SUM e DEZ. Sendo a o conteúdo do registo R_p e b o conteúdo do registo R_q, recorde que DIGN$[p, q, s]$ coloca no registo R_s o a-ésimo dígito de b se $a \neq 0$ e a não excede o número de dígitos de b e 10 caso contrário, PROD$[p, q, s]$ coloca no registo R_s o produto de a e b, SUM$[p, q, s]$ coloca no registo R_s a soma de a e b, e DEZ$[s]$ coloca 10 no registo R_s.

b) Caracterize a função binária calculada pelo programa URM

$$P = \langle \mathrm{S}[1], \mathrm{S}[1], \mathrm{J}[2, 1, 1], \mathrm{S}[1] \rangle.$$

Calcule o número de Gödel de P.

Grupo II

II.1 **(1.0+0.5+0.5)**

a) Mostre que não é regular a linguagem constituída pelas sequências do alfabeto $\{a, b, c\}$ cujo número de a's é a soma do número de b's com o número de c's.

b) Seja α uma expressão regular. Usando o algoritmo estudado, indique como construir a partir de α um autómato finito não determinista com movimentos-ϵ A tal que $L_A = L(\alpha)$.

c) Sejam α e β expressões regulares sobre o mesmo alfabeto. Indique, no caso geral, como construir uma expressão regular γ tal que $L_\gamma = L_\alpha \cup L_\beta$. E se quiséssemos que $L_\gamma = L_\alpha \cap L_\beta$?

II.2 **(0.5+1.0)**

a) Recorde que para $a \in I\!N_o$ e $b \in I\!N$, $a \bmod b$ denota o resto da divisão inteira de a por b. Mostre que a função

$$\lambda xy.\, y \bmod (x + 1)$$

se obtém por recursão a partir das funções

$$\lambda x.0 \ \text{ e } \ \lambda xyz.(z + 1) \times sg(|z - x|).$$

b) Enuncie o teorema de Rice e use-o para demonstrar que é indecidível o predicado "$\phi_n = \lambda x.x$".