PROPOSIÇÃO: *Dada uma gramática regular $G = (V, I, P, S)$ existe um autómato finito não determinista A tal que $L_G = L_A$.*

Prova (esboço):

(A) Vão ser considerados separadamente dois casos: o caso (A1) em que a gramática não contém produções do tipo $X \to a$ com $X \in V$ e $a \in I$ e o caso (A2) em que a gramática contém produções deste tipo.

(A1) Suponha-se que a gramática não contém produções do tipo $X \to a$ com $X \in V$ e $a \in I$. Então considera-se o autómato finito não determinista $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ tal que

- $Q = V$
- $\delta : Q \times I \to 2^Q$ é tal que $\delta(X, a) = \{Y \in V : X \to aY \in P\}$
- $q_0 = S$
- $F = \{X \in V : X \to \epsilon \in P\}$.

(A2) Suponha-se que a gramática contém produções do tipo $X \to a$ com $X \in V$ e $a \in I$. Então considera-se o autómato finito não determinista $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ tal que

- $Q = V \cup \{X_f\}$ com $X_f \notin V$
- $\delta : Q \times I \to 2^Q$ é tal que
  - $\delta(X, a) = \{Y \in V : X \to aY \in P\}$ se $X \in V$ e $X \to a \notin P$
  - $\delta(X, a) = \{Y \in V : X \to aY \in P\} \cup \{X_f\}$ se $X \in V$ e $X \to a \in P$
  - $\delta(X, a) = \emptyset$ se $X = X_f$
- $q_0 = S$
- $F = \{X \in V : X \to \epsilon \in P\} \cup \{X_f\}$.

(B) Ter-se-ia de provar agora que $L_A = L_G$.

Exemplo: Considere-se a gramática $G = (V, I, P, S)$ em que $V = \{A, B, C, D\}$, $I = \{x, y, z\}$, $P = \{(A, xB), (A, xC), (A, x), (B, yB), (B, yA), (C, xD), (D, zD), (D, zA)\}$ e $S = A$. De acordo com a proposição anterior, o autómato finito não determinista $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde

- $Q = \{A, B, C, D, X_f\}$

- $I = \{x, y, z\}$
- $q_0 = S$
- $F = \{X_f\}$
- $\delta : Q \times I \to 2^Q$ tal que

δ	x	y	z
A	$\{B, C, X_f\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
B	$\emptyset$	$\{A, B\}$	$\emptyset$
C	$\{D\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
D	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{A, D\}$
X_f	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

.

é tal que $L_A = L_G$.

Exemplo: Considere-se a gramática $G = (V, I, P, S)$ em que $V = \{S, U, D\}$, $I = \{0, 1, 2\}$ e $P = \{(S, 0S), (S, 1U), (S, \epsilon), (S, 2D), (U, 0S), (U, 1U), (U, \epsilon), (D, 0S), (D, \epsilon)\}$. De acordo com a proposição anterior, o autómato finito não determinista $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde

- $Q = \{S, U, D\}$
- $I = \{0, 1, 2\}$
- $q_0 = S$
- $F = \{S, U, D\}$
- $\delta : Q \times I \to 2^Q$ tal que

δ	0	1	2
S	$\{S\}$	$\{U\}$	$\{D\}$
U	$\{S\}$	$\{U\}$	$\emptyset$
D	$\{S\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

.

é tal que $L_A = L_G$.