Aula prática 11 - 18 Dezembro 2003

Exercício de avaliação A:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< T(3,1)S(1)S(1) >$

Resolução:
$\gamma(< T(3,1)S(1)S(1) >) = \tau(\beta(T(3,1)), \beta(S(1)), \beta(S(1))) =$
$\tau(14, 1, 1) = 2^{14} + 2^{16} + 2^{18} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(S(1)) = 4.(1-1) + 1 = 1$
- $\beta(T(3,1)) = 4.\pi(3-1, 1-1) + 2 = 4.\pi(2,0) + 2 = 4.(2^2.(2.0+1) - 1) + 2 = 14$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 5633?

Resolução: $\gamma^{-1}(5633) =< S(1)J(2,1,1)Z(1)S(1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(5633)$
    - $5633 + 1 = 5634 = 2^1 + 2^9 + 2^{10} + 2^{12}$ o que significa que $\tau^{-1}(5633)$ tem 4 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(5633) = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3)\beta^{-1}(a_4) >$
    - $a_1 = 1$
      $a_2 = 9 - 1 - 1 = 7$
      $a_3 = 10 - 7 - 1 - 2 = 0$
      $a_4 = 12 - 0 - 7 - 1 - 3 = 1$

  e portanto $\tau^{-1}(5633) = (1, 7, 0, 1)$
- Cálculo de $p_1 = p_4 = \beta^{-1}(1)$
    - $1 = 4.0 + 1$ e portanto $p_1 (= p_4)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_1 = p_4 = \beta^{-1}(1) = S(1)$
- Cálculo de $p_3 = \beta^{-1}(0)$
    - $0 = 4.0$ e portanto p_3 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_3 = \beta^{-1}(0) = Z(1)$

- Cálculo de $p_2 = \beta^{-1}(7)$
  - $7 = 4.1{+}3$ e portanto p_2 é um comando do tipo $J(m,n,q)$ com $(m,n,q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$
  - $1+1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1,0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q-1 = 0$
  - $1+1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1,0)$ e portanto $m-1 = 1$ e $n-1 = 0$

  pelo que $p_2 = \beta^{-1}(7) = J(2,1,1)$

Exercício de avaliação B:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< S(2)T(2,1)S(1) >$

Resolução:
$\gamma(< S(2)T(2,1)S(1) >) = \tau(\beta(S(2)), \beta(T(2,1)), \beta(S(1))) =$
$\tau(5,6,1) = 2^5 + 2^{12} + 2^{14} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(S(2)) = 4.(2-1) + 1 = 5$
- $\beta(S(1)) = 4.(1-1) + 1 = 1$
- $\beta(T(2,1)) = 4.\pi(2-1, 1-1) + 2 = 4.\pi(1,0) + 2 = 4.(2^1.(2.0+1) - 1) + 2 = 6$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 1028?

Resolução: $\gamma^{-1}(2057) =< Z(1)S(1)J(2,1,1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(1028)$
  - $1028+1 = 1029 = 2^0 + 2^2 + 2^{10}$ o que significa que $\tau^{-1}(1028)$ tem 3 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(1028) = (a_1, a_2, a_3)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3) >$
  - $a_1 = 0$
    $a_2 = 2 - 0 - 1 = 1$
    $a_3 = 10 - 1 - 0 - 2 = 7$

  e portanto $\tau^{-1}(1028) = (0,1,7)$
- Cálculo de $p_1 = \beta^{-1}(0)$

  - $0 = 4.0$ e portanto p_1 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_1 = \beta^{-1}(0) = Z(1)$

- Cálculo de $p_2 = \beta^{-1}(1)$

  - $1 = 4.0 + 1$ e portanto p_2 é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_2 = \beta^{-1}(1) = S(1)$

- Cálculo de $p_3 = \beta^{-1}(7)$

  - $7 = 4.1+3$ e portanto p_3 é um comando do tipo $J(m, n, q)$ com $(m, n, q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m - 1, n - 1), q - 1)$
  - $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1 - 1)/2) = (1, 0)$ e portanto $\pi(m - 1, n - 1) = 1$ e $q - 1 = 0$
  - $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1 - 1)/2) = (1, 0)$ e portanto $m - 1 = 1$ e $n - 1 = 0$

  pelo que $p_3 = \beta^{-1}(7) = J(2, 1, 1)$