Aula prática 4 - 30 Outubro 2003

Exercício de avaliação A: Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_A = (Q, I, \delta, p, F)$ onde

- $Q = \{p, q, r, s, t\}$;
- $I = \{0, 1\}$;
- $F = \{r\}$;
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

δ	0	1
p	s	t
q	r	s
r	r	r
s	r	q
t	q	p

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que D_A e cuja linguagem reconhecida seja L_{D_A}? Justifique.
2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_{D_A} e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução:

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

q	$\surd$			
r	$\surd$	$\surd$		
s	$\surd$		$\surd$	
t		$\surd$	$\surd$	$\surd$
	p	q	r	s

   (a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados (p, r), (q, r), (s, r) e (t, r) porque $r \in F$ e $p, q, s, t \notin F$;

   (b) Como a função de transição é total, não é possível identificar mais pares de estados distinguíveis no passo inicial.

   (c) No passo iterativo

      i. a partir do par (q, r) identificamos como pares de estados distinguíveis os pares (t, q) e (t, s) porque

$$\delta(t,0) = q \quad \text{e}$$
$$\delta(q,0) = \delta(s,0) = r.$$

ii. a partir do par (s,r) identificamos como pares de estados distinguíveis os pares (p,q) e (p,s) porque

$$\delta(p,0) = s \quad \text{e}$$
$$\delta(q,0) = \delta(s,0) = r.$$

Logo existe um autómato que reconhece exactamente L_{D_A} e tem menos estados que D_A, pois existem estados equivalentes como por exemplo (p,t).

2. O autómato D_A não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{p,t\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a p)
   - $C_1 = \{q,s\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a q)
   - $C_2 = \{r\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a r)

   O autómato pedido é $D'_A = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	0	1
C_0	C_1	C_0
C_1	C_2	C_1
C_2	C_2	C_2

Exercício de avaliação B: Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_B = (Q, I, \delta, t, F)$ onde

- $Q = \{p,q,r,s,t\}$
- $I = \{1,2\}$
- $F = \{s\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

δ	1	2
p	q	t
q	s	r
r	s	q
s	s	s
t	r	p

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que D_B e cuja linguagem reconhecida seja L_{D_B}? Justifique.
2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_{D_B} e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução:

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

q	$\surd$			
r	$\surd$			
s	$\surd$	$\surd$	$\surd$	
t		$\surd$	$\surd$	$\surd$
	p	q	r	s

   (a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados (p, s), (q, s), (r, s) e (t, s) porque $s \in F$ e $p, q, r, t \notin F$;

   (b) Como a função de transição é total, não é possível identificar mais pares de estados distinguíveis no passo inicial.

   (c) No passo iterativo

      i. a partir do par (q, s) identificamos como pares de estados distinguíveis os pares (p, q) e (p, r) porque

$$\delta(p, 1) = q \quad \text{e}$$
$$\delta(q, 1) = \delta(r, 1) = s.$$

      ii. a partir do par (r, s) identificamos como pares de estados distinguíveis os pares (t, q) e (t, r) porque

$$\delta(t, 1) = r \quad \text{e}$$
$$\delta(q, 1) = \delta(r, 1) = s.$$

   Logo existe um autómato que reconhece exactamente L_{D_B} e tem menos estados que D_B, pois existem estados equivalentes como por exemplo (r, q).

2. O autómato D_B não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{p, t\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a p)
   - $C_1 = \{q, r\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a q)
   - $C_2 = \{s\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s)

   O autómato pedido é $D'_B = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	1	2
C_0	C_1	C_0
C_1	C_2	C_1
C_2	C_2	C_2