Aula prática 8 - 27 Novembro 2003

Exercício de avaliação A:

1. Considere a expressão regular $\alpha = zy^*z + x^*$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$.

2. Considere a seguinte gramática regular $G = (\{S, T, U\}, \{x, y, z\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \rightarrow yT \mid xS \mid x \\ T \rightarrow xS \mid zU \mid yS \\ U \rightarrow \epsilon \mid yU \mid xU \mid zU \end{array}$$

   Usando algoritmos estudados, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$ (Sugestão: use o algoritmo que permite obter um afnd a partir de uma gramática regular).

Resolução:

1. Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

   - O autómato $A_z^1 = (\{q_1, q_2\}, \{z\}, \delta_1^1, q_1, \{q_2\})$ onde

     $\delta_1^1 : \{q_1, q_2\} \times (\{z\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1^1	z	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

     é tal que $L_{A_z^1} = \{z\} = L(z)$.

   - O autómato $A_z^2 = (\{q_6, q_7\}, \{z\}, \delta_1^2, q_6, \{q_7\})$ onde

     $\delta_1^2 : \{q_6, q_7\} \times (\{z\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_6,q_7\}}$ com

δ_1^2	z	ϵ
q_6	$\{q_7\}$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$

     é tal que $L_{A_z^2} = \{z\} = L(z)$.

   - O autómato $A_y = (\{q_4, q_5\}, \{y\}, \delta_2, q_4, \{q_5\})$ onde

     $\delta_2 : \{q_4, q_5\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_4,q_5\}}$ com

δ_2	y	ϵ
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$

     é tal que $L_{A_y} = \{y\} = L(y)$.

   - O autómato $A_x = (\{q_9, q_{10}\}, \{x\}, \delta_3, q_9, \{q_{10}\})$ onde

     $\delta_3 : \{q_9, q_{10}\} \times (\{x\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_9,q_{10}\}}$ com

δ_3	x	ϵ
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_x} = \{x\} = L(x)$.

- O autómato $A_{x^*} = (\{q_8, q_9, q_{10}\}, \{x\}, \delta_4, q_8, \{q_8, q_{10}\})$ onde

  $\delta_4 : \{q_8, q_9, q_{10}\} \times (\{x\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_8,q_9,q_{10}\}}$ com

δ_4	x	ϵ
q_8	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\{q_9\}$

  é tal que $L_{A_{x^*}} = \{x\}^* = L(x^*)$.

- O autómato $A_{y^*} = (\{q_3, q_4, q_5\}, \{y\}, \delta_5, q_3, \{q_3, q_5\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_3, q_4, q_5\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4,q_5\}}$ com

δ_5	y	ϵ
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\{q_4\}$

  é tal que $L_{A_{y^*}} = \{y\}^* = L(y^*)$.

- O autómato $A_{zy^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{y, z\}, \delta_6, q_1, \{q_3, q_5\})$ onde

  $\delta_6 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \times (\{y, z\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5\}}$ com

δ_6	y	z	ϵ
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$

  é tal que $L_{A_{zy^*}} = \{zy^*\} = L(zy^*)$.

- O autómato $A_{zy^*z} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \{y, z\}, \delta_7, q_1, \{q_7\})$ onde

  $\delta_7 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\} \times (\{y, z\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7\}}$ com

δ_7	y	z	ϵ
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_6\}$
q_6	$\emptyset$	$\{q_7\}$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{zy^*z}} = \{zy^*z\} = L(zy^*z)$.

- O autómato $A_{zy^*z+x^*} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}$;
  - $I = \{x, y, z\}$;
  - $F = \{q_8, q_8, q_{10}\}$;

- $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	x	y	z	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_8\}$
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_6\}$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_7\}$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$

é o autómato A' pedido.

2. Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, T, U, E\}, \{x, y, z\}, \delta_1, S, \{U, E\})$ onde

$\delta_1 : \{S, T, U, E\} \times \{x, y, z\} \to 2^{\{S,T,U,E\}}$ com

δ_1	x	y	z
S	$\{S, E\}$	$\{T\}$	$\emptyset$
T	$\{S\}$	$\{S\}$	$\{U\}$
U	$\{U\}$	$\{U\}$	$\{U\}$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido $A'' = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, S, T, U, E\}$;
  - $I = \{x, y, z\}$;
  - $F = \{q_0, U, E\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	x	y	z	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
S	$\{S, E\}$	$\{T\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
T	$\{S\}$	$\{S\}$	$\{U\}$	$\emptyset$
U	$\{U\}$	$\{U\}$	$\{U\}$	$\{S\}$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$

Exercício de avaliação B:

1. Considere a expressão regular $\alpha = (0^*1{+}22)^*$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$.

2. Considere a seguinte gramática regular $G = (\{S, R, T\}, \{0, 1, 2\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \rightarrow 1R \mid 2S \mid \epsilon \\ R \rightarrow 0S \mid 2S \mid 1T \\ T \rightarrow 2 \mid 1T \mid 0T \mid 2T \end{array}$$

Usando algoritmos estudados, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$ (Sugestão: use o algoritmo que permite obter um afnd a partir de uma gramática regular).

Resolução:

1. Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_2^1 = (\{q_7, q_8\}, \{2\}, \delta_1^1, q_7, \{q_8\})$ onde

  $\delta_1^1 : \{q_7, q_8\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_7, q_8\}}$ com

δ_1^1	2	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_2^1} = \{2\} = L(2)$.

- O autómato $A_2^2 = (\{q_9, q_{10}\}, \{2\}, \delta_1^2, q_9, \{q_{10}\})$ onde

  $\delta_1^2 : \{q_9, q_{10}\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_9, q_{10}\}}$ com

δ_1^2	2	ϵ
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_2^2} = \{2\} = L(2)$.

- O autómato $A_{22} = (\{q_7, q_8, q_9, q_{10}\}, \{2\}, \delta_2, q_7, \{q_{10}\})$ onde

  $\delta_2 : \{q_7, q_8, q_9, q_{10}\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_7, q_8, q_9, q_{10}\}}$ com

δ_2	2	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{22}} = \{22\} = L(22)$.

- O autómato $A_0 = (\{q_3, q_4\}, \{0\}, \delta_3, q_3, \{q_4\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_3, q_4\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_3, q_4\}}$ com

δ_3	0	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_0} = \{0\} = L(0)$.

- O autómato $A_{0^*} = (\{q_2, q_3, q_4\}, \{0\}, \delta_4, q_2, \{q_2, q_4\})$ onde

$\delta_4 : \{q_2, q_3, q_4\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_2,q_3,q_4\}}$ com

δ_4	0	ϵ
q_2	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\{q_3\}$

é tal que $L_{A_{0^*}} = \{0\}^* = L(0^*)$.

- O autómato $A_1 = (\{q_5, q_6\}, \{1\}, \delta_5, q_5, \{q_6\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_5, q_6\} \times (\{1\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_5,q_6\}}$ com

δ_5	1	ϵ
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_1} = \{1\} = L(1)$.

- O autómato $A_{0^*1} = (\{q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\}, \delta_6, q_2, \{q_6\})$ onde

  $\delta_6 : \{q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{0, 1\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_6	0	1	ϵ
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{0^*1}} = \{0^*1\} = L(0^*1)$.

- O autómato $A_{(0^*1+22)} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}, \{0, 1, 2\}, \delta_7, q_1, \{q_6, q_{10}\})$ onde

  $\delta_7 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\} \times (\{0, 1, 2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9,q_{10}\}}$ com

δ_7	0	1	2	ϵ
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_7\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{(0^*1+22)}} = \{0^*1\} \cup \{22\} = L(0^*1 + 22)$.

- O autómato $A_{(0^*1+22)^*} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}$;
  - $I = \{0, 1, 2\}$;

- $F = \{q_0, q_6, q_{10}\}$;
- $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_7\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

é o autómato A' pedido.

2. Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, R, T, E\}, \{0, 1, 2\}, \delta_1, S, \{S, E\})$ onde

  $\delta_1 : \{S, R, T, E\} \times \{0, 1, 2\} \to 2^{\{S,R,T,E\}}$ com

δ_1	0	1	2
S	$\emptyset$	$\{R\}$	$\{S\}$
R	$\{S\}$	$\{T\}$	$\{S\}$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{T, E\}$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  que verifica $L_{A_G} = L_G$.
- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido $A'' = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, S, R, T, E\}$;
  - $I = \{0, 1, 2\}$;
  - $F = \{q_0, S, E\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
S	$\emptyset$	$\{R\}$	$\{S\}$	$\{S\}$
R	$\{S\}$	$\{T\}$	$\{S\}$	$\emptyset$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{T, E\}$	$\emptyset$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$