**Aula prática 4**

**Exercício de avaliação A:** Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, s_0, F)$ onde

- $Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{s_2, s_3\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

| $\delta$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $s_0$ | $s_3$ | $s_1$ |
| $s_1$ | $s_2$ | $s_0$ |
| $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ |
| $s_3$ | $s_2$ | $s_4$ |
| $s_4$ | $s_2$ | $s_3$ |

a) Existe algum autómato com menos estados que os de $D$ e cuja linguagem seja $L_D$? Justifique.

**Resolução:**

O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função $\delta$ é total pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | | | | |
| $s_2$ | $\surd$ | $\surd$ | | |
| $s_3$ | $\surd$ | $\surd$ | | |
| $s_4$ | $\surd$ | $\surd$ | $\surd$ | $\surd$ |
| | $s_0$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ |

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

$s_0, s_3$

$s_0, s_2$

$s_1, s_3$

$s_1, s_2$

$s_2, s_4$

$s_3, s_4$

porque um dos estados é final e o outro não.

No passo iterativo

- a partir do par $s_1, s_3$ é identificado como par de estados distinguíveis o par $s_0, s_4$ porque

$\delta(s_0, 2) = s_1$
$\delta(s_4, 2) = s_3$

- a partir do par $s_0, s_3$ é identificado como par de estados distinguíveis o par $s_1, s_4$ porque

  $\delta(s_1, 2) = s_0$
  $\delta(s_4, 2) = s_3$.

Existe um autómato que reconhece exactamente $L_D$ e tem menos estados que $D$, pois existem estados equivalentes como por exemplo $s_0, s_1$.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente $L_D$ e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

**Resolução:** O autómato $D$ não tem estados inúteis pelo não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de $Q$ em 3 conjuntos

- $C_0 = \{s_0, s_1\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $s_0$)
- $C_1 = \{s_2, s_3\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $s_2$)
- $C_2 = \{s_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $s_4$)

O autómato pedido é $D' = (Q', I, \delta', C_0, \{C_1\})$ onde

- $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

| $\delta'$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $C_0$ | $C_1$ | $C_0$ |
| $C_1$ | $C_1$ | $C_2$ |
| $C_2$ | $C_1$ | $C_1$ |

**Exercício de avaliação B:** Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, t_0, F)$ onde

- $Q = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{t_1, t_2\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

| $\delta$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $t_0$ | $t_2$ | $t_1$ |
| $t_1$ | $t_2$ | $t_0$ |
| $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ |
| $t_3$ | $t_2$ | $t_4$ |
| $t_4$ | $t_1$ | $t_3$ |

a) Existe algum autómato com menos estados que os de $D$ e cuja linguagem seja $L_D$? Justifique.

**Resolução:**

Todos os estados do autómato são produtivos mas $t_3$ e $t_4$ não são relevantes. Eliminando os estados não relevantes obtém-se o autómato $D' = (Q', I, \delta', t_0, F')$ onde

- $Q' = \{t_0, t_1, t_2\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F' = \{t_1, t_2\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

| $\delta'$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $t_0$ | $t_2$ | $t_1$ |
| $t_1$ | $t_2$ | $t_0$ |
| $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ |

Há agora que determinar se $D'$ tem pares de estados equivalentes. A função $\delta'$ é total pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD). Obtém-se a tabela

| | | |
|---|---|---|
| $t_1$ | $\surd$ | |
| $t_2$ | $\surd$ | |
| | $t_0$ | $t_1$ |

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

$t_0, t_1$

$t_0, t_2$

porque um dos estados é final e o outro não. No passo iterativo não são identificados mais pares de estados distinguíveis.

Existe um autómato que reconhece exactamente $L_D$ e tem menos estados que $D$, pois existem estados equivalentes: $t_1, t_2$.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente $L_D$ e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

**Resolução:** O autómato $D$ tem estados inúteis que foram eliminados em a) tendo-se obtido o autómato $D'$. Em a) determinou-se também os estados equivalentes de $D'$. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de $Q'$ em 2 conjuntos

- $C_0 = \{t_0\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $t_0$)
- $C_1 = \{t_1, t_2\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $t_1$)

O autómato pedido é $D'' = (Q'', I, \delta'', C_0, \{C_1\})$ onde

- $Q'' = \{C_0, C_1\}$
- $\delta'' : Q'' \times I \to Q''$ tal que

| $\delta''$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $C_0$ | $C_1$ | $C_1$ |
| $C_1$ | $C_1$ | $C_0$ |