Aula prática 8

Exercício de avaliação A: a) Considere a expressão regular $(ab^*c)^* + c$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$

Resolução: Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_a = (\{q_1, q_2\}, \{a\}, \delta_1, q_1, \{q_2\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_1, q_2\} \times (\{a\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1	a	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_a} = \{a\} = L(a)$.

- O autómato $A_b = (\{q_3, q_4\}, \{b\}, \delta_1, q_3, \{q_4\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_3, q_4\} \times (\{b\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4\}}$ com

δ_1	b	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_b} = \{b\} = L(b)$.

- O autómato $A_{b^*} = (\{q_3, q_4\}, \{b\}, \delta_1, q_3, \{q_3, q_4\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_3, q_4\} \times (\{b\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4\}}$ com

δ_1	b	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\{q_3\}$

  é tal que $L_{A_{b^*}} = L(b^*)$.

- O autómato $A_c^1 = (\{q_5, q_6\}, \{c\}, \delta_2^1, q_5, \{q_6\})$ onde

  $\delta_2^1 : \{q_5, q_6\} \times (\{c\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_5,q_6\}}$ com

δ_2^1	c	ϵ
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_c^1} = \{c\} = L(c)$.

- O autómato $A_c^2 = (\{q_7, q_8\}, \{c\}, \delta_2^2, q_7, \{q_8\})$ onde

  $\delta_2^2 : \{q_7, q_8\} \times (\{c\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_7,q_8\}}$ com

δ_2^2	c	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_c^2} = \{c\} = L(c)$.

- O autómato $A_{ab^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta_3, q_1, \{q_3, q_4\})$ onde

$\delta_3 : \{q_1, q_2, q_3, q_4\} \times (\{a, b\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4\}}$ com

δ_3	a	b	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$

é tal que $L_{A_{ab^*}} = L(ab^*)$.

- O autómato $A_{ab^*c} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{a, b, c\}, \delta_3, q_1, \{q_6\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{a, b, c\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_3	a	b	c	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{ab^*c}} = L(ab^*c)$.

- O autómato $A_{(ab^*c)^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{a, b, c\}, \delta_3, q_1, \{q_1, q_6\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{a, b, c\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_3	a	b	c	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

  é tal que $L_{A_{(ab^*c)^*}} = L((ab^*c)^*)$.

- O autómato $A_{(ab^*c)^*+c} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{a, b, c\}, \delta_3, q_0, \{q_1, q_6, q_8\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\} \times (\{a, b, c\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8\}}$

  com

δ_3	a	b	c	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_7\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é o autómato A' pedido.

b) Considere a gramática regular $G = (\{S, R, T\}, \{a, b, c\}, P, S)$ onde P ::
$S \to bR \mid cS$
$R \to aS \mid bS \mid bT \mid \epsilon$
$T \to c \mid bT \mid aT \mid cT$
Usando algoritmos estudados construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$.

Resolução: Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, R, T, X\}, \{a, b, c\}, \delta, S, \{R, X\})$ onde

  $\delta : \{S, R, T, X\} \times \{a, b, c\} \to 2^{\{S,R,T,X\}}$ com

δ	a	b	c
S	$\emptyset$	$\{R\}$	$\{S\}$
R	$\{S\}$	$\{S, T\}$	$\emptyset$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{T, X\}$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido: $A'' = (Q, I, \delta, A, F)$ onde
  - $Q = \{A, S, R, T, X\}$
  - $I = \{a, b, c\}$
  - $F = \{A, R, X\}$
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	a	b	c	ϵ
A	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
S	$\emptyset$	$\{R\}$	$\{S\}$	$\emptyset$
R	$\{S\}$	$\{S, T\}$	$\emptyset$	$\{A\}$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{T, X\}$	$\emptyset$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{A\}$

Exercício de avaliação B: a) Considere a expressão regular $\alpha = (10^*1)^* + 2$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$

Resolução: Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_x = (\{q_1, q_2\}, \{x\}, \delta_1, q_1, \{q_2\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_1, q_2\} \times (\{x\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1	x	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_x} = \{x\} = L(x)$.

- O autómato $A_y = (\{q_5, q_6\}, \{y\}, \delta_1, q_5, \{q_6\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_5, q_6\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_5,q_6\}}$ com

δ_1	y	ϵ
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_y} = \{y\} = L(y)$.

- O autómato $A_{x^*} = (\{q_1, q_2\}, \{x\}, \delta_2, q_1, \{q_1, q_2\})$ onde

  $\delta_2 : \{q_1, q_2\} \times (\{x\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_2	x	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\{q_1\}$

  é tal que $L_{A_{x^*}} = L(x^*)$.

- O autómato $A_z^1 = (\{q_3, q_4\}, \{z\}, \delta_3^z, q_3, \{q_4\})$ onde

  $\delta_3^z : \{q_3, q_4\} \times (\{z\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4\}}$ com

δ_3^z	z	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_z^1} = \{z\} = L(z)$.

- O autómato $A_{x^*z} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{x, z\}, \delta_4, q_1, \{q_4\})$ onde

  $\delta_4 : \{q_1, q_2, q_3, q_4\} \times (\{x, z\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4\}}$ com

δ_4	x	z	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{x^*z}} = L(x^*z)$.

- O autómato $A_{x^*zy} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{x, y, z\}, \delta_5, q_1, \{q_6\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{x, y, z\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_5	x	y	z	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{x^*zy}} = L(x^*zy)$.

- O autómato $A_{(x^*zy)^*} = (\{q_9, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{x, y, z\}, \delta_5, q_9, \{q_6, q_9\})$ onde

$\delta_5 : \{q_9, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{x, y, z\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_9,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$
com

δ_5	x	y	z	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

é tal que $L_{A_{(x^*zy)^*}} = L((x^*zy)^*)$.

- O autómato $A_z = (\{q_7, q_8\}, \{z\}, \delta_7, q_7, \{q_8\})$ onde

  $\delta_7 : \{q_7, q_8\} \times (\{z\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow z^{\{q_7,q_8\}}$ com

δ_7	z	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_z} = \{z\} = L(z)$.

- O autómato $A_{z+(x^*zy)^*} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\}, \{x, y, z\}, \delta_6, q_0, \{q_6, q_8, q_9\})$ onde

  $\delta_6 : \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\} \times (\{x, y, z\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9\}}$
  com

δ_6	x	y	z	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_7, q_9\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

  é o autómato A' pedido.

b) Considere a gramática regular $G = (\{S, R, T\}, \{x, y, z\}, P, S)$ onde P ::
$S \rightarrow xR \mid xT \mid z$
$R \rightarrow xR \mid yT \mid zR$ Usando algoritmos estudados construa um autómato
$T \rightarrow xT \mid yR \mid zT \mid \epsilon$
finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$.

Resolução: Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, R, T, X\}, \{x, y, z\}, \delta, S, \{T, X\})$ onde

  $\delta : \{S, R, T, X\} \times \{x, y, z\} \to 2^{\{S,R,T,X\}}$ com

δ	x	y	z
S	$\{R,T\}$	$\emptyset$	$\{X\}$
R	$\{R\}$	$\{T\}$	$\{R\}$
T	$\{T\}$	$\{R\}$	$\{T\}$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido: $A'' = (Q, I, \delta, A, F)$ onde
  - $Q = \{S, R, T, X\}$
  - $I = \{x, y, z\}$
  - $F = \{S, T, X\}$
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	x	y	z	ϵ
S	$\{R,T\}$	$\emptyset$	$\{X\}$	$\emptyset$
R	$\{R\}$	$\{T\}$	$\{R\}$	$\emptyset$
T	$\{T\}$	$\{R\}$	$\{T\}$	$\{S\}$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$