Avaliação
Aula prática 4
2003-10-28

A Considere o afd $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ tal que $Q = \{r_0, r_1,\ r_2, r_3, r_4\}$, $I = \{a, b\}$, $F = \{r_3, r_4\}$, e $\delta : Q \times I \to Q$ com

δ	a	b
r_0	r_4	r_2
r_1	r_2	r_4
r_2	r_1	r_3
r_3	r_1	r_3
r_4	r_2	r_4

a) Existe algum afd que reconheça exactamente L_D e tenha menos estados que D? Justifique.

b) Se sim, construa um afd que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados.

Resolução

a) Não há estados inúteis para este autómato finito determinista pois:

- estados relevantes: $R = \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4\} = Q$
- estados produtivos: $P = \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4\} = Q$

Portanto para se determinar se existe um autómato menor tem de se verificar se existem estados equivalentes. Pode-se aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis pois a função δ é total.
Determinam-se os pares de estados equivalentes através do algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis construindo a tabela:

r_1	$\checkmark^*_i$			
r_2	$\checkmark^*_i$			
r_3	$\checkmark^*_f$	$\checkmark^*_f$	$\checkmark^*_f$	
r_4	$\checkmark^*_f$	$\checkmark^*_f$	$\checkmark^*_f$	
	r_0	r_1	r_2	r_3

- $p \in F, q \notin F \therefore (p, q)$ distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_f$): $\{r_0, r_3\}$, $\{r_1, r_3\}$, $\{r_2, r_3\}$, $\{r_0, r_4\}$, $\{r_1, r_4\}$, $\{r_2, r_4\}$

- $\delta(p,a)$ definido, $\delta(q,a)$ não definido $\therefore$ (p,q) distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_d$): não existem estados nestas condições
- $\delta(p',a) = p$, $\delta(q',a) = q$, (p,q) distinguíveis $\therefore$ (p',q') distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_i$):
  - $\{r_0, r_3\}$
    - por a:
    - por b:
  - $\{r_1, r_3\}$
    - por a:
    - por b:
  - $\{r_2, r_3\}$
    - por a:
    - por b: (r_0, r_2), (r_0, r_3)
  - $\{r_0, r_4\}$
    - por a:
    - por b:
  - $\{r_1, r_4\}$
    - por a: (r_0, r_2), (r_0, r_3)
    - por b:
  - $\{r_2, r_4\}$
    - por a:
    - por b: $\{r_0, r_1\}$, (r_0, r_4)
  - $\{r_0, r_2\}$
    - por a:
    - por b:
  - $\{r_0, r_1\}$
    - por a:
    - por b:

Portanto r_1 e r_2 são equivalentes e r_3 e r_4 são equivalentes. Logo existe um afd que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D.

b) Aplica-se o algoritmo de minimização de afd's. Note-se que $D_1 = D$ pois não há estados inúteis. Constroi-se então $D_2 = (Q_2, I_2, \delta_2, q_0^2, F_2)$ da seguinte maneira:

- $Q_2 = \{C_0, C_1, C_2\}$ tal que
  - $C_0 = \{r_0\}$,
  - $C_1 = \{r_1, r_2\}$, e
  - $C_2 = \{r_3, r_4\}$
- $I_2 = \{a, b\}$
- $q_0^2 = C_0$
- $F_2 = \{C_2\}$
- $\delta_2 : Q_2 \times I_2 \to Q_2$ tal que

δ_2	a	b
C_0	C_2	C_1
C_1	C_1	C_2
C_2	C_1	C_2

O afd que reconhece exactamente L_D e tem o menor número possível de estados é, portanto, D_2.

B Considere o afd $D = (Q, I, \delta, p_0, F)$ tal que $Q = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\}$, $I = \{c, d\}$, $F = \{t_1, t_2\}$, e $\delta : Q \times I \to Q$ com

δ	c	d
t_0	t_2	t_4
t_1	t_3	t_1
t_2	t_4	t_2
t_3	t_4	t_2
t_4	t_3	t_1

$a)$ Existe algum afd que reconheça exactamente L_D e tenha menos estados que D? Justifique.

$b)$ Se sim, construa um afd que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados.

Resolução
a) Não há estados inúteis para este autómato finito determinista pois:

- estados relevantes: $R = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\} = Q$
- estados produtivos: $P = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\} = Q$

Portanto para se determinar se existe um autómato menor tem de se verificar se existem estados equivalentes. Pode-se aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis pois a função δ é total.
Determinam-se os pares de estados equivalentes através do algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis construindo a tabela:

t_1	$\checkmark_f^*$			
t_2	$\checkmark_f^*$			
t_3	$\checkmark_i^*$	$\checkmark_f^*$	$\checkmark_f^*$	
t_4	$\checkmark_i^*$	$\checkmark_f^*$	$\checkmark_f^*$	
	t_0	t_1	t_2	t_3

- $p \in F, q \notin F \therefore (p, q)$ distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_f$): $\{t_0, t_1\}$, $\{t_3, t_1\}$, $\{t_4, t_1\}$, $\{t_0, t_2\}$, $\{t_3, t_2\}$, $\{t_4, t_2\}$
- $\delta(p, a)$ definido, $\delta(q, a)$ não definido $\therefore (p, q)$ distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_d$): não existem estados nestas condições
- $\delta(p', a) = p$, $\delta(q', a) = q$, (p, q) distinguíveis $\therefore (p', q')$ distinguíveis, (marcam-se na tabela com $\checkmark_i$):
  - $\{t_0, t_1\}$
    - por c:
    - por d:
  - $\{t_3, t_1\}$
    - por c:
    - por d:
  - $\{t_4, t_1\}$
    - por c:
    - por d: (t_0, t_1), (t_0, t_4)
  - $\{t_0, t_2\}$
    - por c:
    - por d:
  - $\{t_3, t_2\}$
    - por c: (t_0, t_1)

    - por d: (t_0, t_4)
  - $\{t_4, t_2\}$
    - por c: (t_0, t_2), (t_0, t_3)
    - por d:
  - $\{t_0, t_3\}$
    - por c:
    - por d:
  - $\{t_0, t_4\}$
    - por c:
    - por d:

Portanto t_1 e t_2 são equivalentes e t_3 e t_4 são equivalentes. Logo existe um afd que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D.

b) Aplica-se o algoritmo de minimização de afd's. Note-se que $D_1 = D$ pois não há estados inúteis. Constroi-se então $D_2 = (Q_2, I_2, \delta_2, q_0^2, F_2)$ da seguinte maneira:

- $Q_2 = \{C_0, C_1, C_2\}$ tal que
  - $C_0 = \{t_0\}$
  - $C_1 = \{t_1, t_2\}$
  - $C_2 = \{t_3, t_4\}$
- $I = \{c, d\}$
- $q = C_0$
- $F = \{C_1\}$
- $\delta_2 : Q_2 \times I_2 \to Q_2$ tal que

δ_2	c	d
C_0	C_1	C_2
C_1	C_2	C_1
C_2	C_2	C_1

O afd que reconhece exactamente L_D e tem o menor número possível de estados é, portanto, D_2.