Aula prática 11 - 15 Dezembro 2003

Exercício de avaliação A:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< Z(2)S(2)T(2,1) >$

Resolução:
$\gamma(< Z(2)S(2)T(2,1) >) = \tau(\beta(Z(2)), \beta(S(2)), \beta(T(2,1))) =$
$\tau(4,5,6) = 2^4 + 2^{10} + 2^{17} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(Z(2)) = 4.(2-1) = 4$
- $\beta(S(2)) = 4.(2-1) + 1 = 5$
- $\beta(T(2,1)) = 4.\pi(2-1, 1-1) + 2 = 4.\pi(1,0) + 2 = 4.(2^1.(2.0+1) - 1) + 2 = 6$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 2687?

Resolução: $\gamma^{-1}(2687) =< J(2,1,1)S(1)S(1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(2687)$
  - $2687+1 = 2688 = 2^7+2^9+2^{11}$ o que significa que $\tau^{-1}(2687)$ tem 3 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(2687) = (a_1, a_2, a_3)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3) >$
  - $a_1 = 7$
    $a_2 = 9 - 7 - 1 = 1$
    $a_3 = 11 - 7 - 1 - 2 = 1$

  e portanto $\tau^{-1}(2687) = (7,1,1)$
- Cálculo de $p_2 = p_3 = \beta^{-1}(1)$
  - $1 = 4.0 + 1$ e portanto $p_2 (= p_3)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_2 = p_3 = \beta^{-1}(1) = S(1)$
- Cálculo de $p_1 = \beta^{-1}(7)$
  - $7 = 4.1{+}3$ e portanto p_1 é um comando do tipo $J(m,n,q)$ com $(m,n,q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$
  - $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1,0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q - 1 = 0$

- $1+1=2=2^1\times 1$ pelo que
  $\pi^{-1}(1)=(1,(1-1)/2)=(1,0)$ e portanto $m-1=1$ e $n-1=0$

pelo que $p_1=\beta^{-1}(7)=J(2,1,1)$

Exercício de avaliação B:
a) Calcule o número de Gödel do programa $<Z(3)T(3,1)S(1)>$

Resolução:
$\gamma(<Z(3)T(3,1)S(1)>)=\tau(\beta(Z(3)),\beta(T(3,1)),\beta(S(1)))=$
$\tau(8,14,1)=2^8+2^{23}+2^{25}-1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(Z(3))=4.(3-1)=8$
- $\beta(S(1))=4.(1-1)+1=1$
- $\beta(T(3,1))=4.\pi(3-1,1-1)+2=4.\pi(2,0)+2=4.(2^2.(2.0+1)-1)+2=14$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 2057?

Resolução: $\gamma^{-1}(2057)=<S(1)S(1)J(2,1,1)>$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(2057)$
  - $2057+1=2058=2^1+2^3+2^{11}$ o que significa que $\tau^{-1}(2067)$ tem 3 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(2067)=(a_1,a_2,a_3)$, e o programa é $<\beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3)>$
  - $a_1=1$
    $a_2=3-1-1=1$
    $a_3=11-1-1-2=8$

  e portanto $\tau^{-1}(2067)=(1,1,7)$
- Cálculo de $p_1=p_2=\beta^{-1}(1)$
  - $1=4.0+1$ e portanto $p_1(=p_2)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n=0+1$

  pelo que $p_1=p_2=\beta^{-1}(1)=S(1)$
- Cálculo de $p_3=\beta^{-1}(7)$
  - $7=4.1+3$ e portanto p_3 é um comando do tipo $J(m,n,q)$ com $(m,n,q)=\xi^{-1}(1)$

- $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$
- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
  $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q - 1 = 0$
- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
  $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $m - 1 = 1$ e $n - 1 = 0$

pelo que $p_3 = \beta^{-1}(7) = J(2, 1, 1)$