Aula prática 4 - 27 Outubro 2003

Exercício de avaliação A: Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_A = (Q, I, \delta, p_0, F)$ onde

- $Q = \{p_0, p_1, p_2, p_3, p_4\}$;
- $I = \{0, 1\}$;
- $F = \{p_3\}$;
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

δ	0	1
p_0	p_2	p_4
p_1	p_0	p_4
p_2	p_1	p_4
p_3	p_3	p_4
p_4	p_3	nd

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que D_A e cuja linguagem reconhecida seja L_{D_A}? Justifique.

2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_{D_A} e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução:

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

p_1				
p_2				
p_3	$\surd$	$\surd$	$\surd$	
p_4	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
	p_0	p_1	p_2	p_3

(a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados (p_0, p_3), (p_1, p_3), (p_2, p_3) e (p_4, p_3) porque $p_3 \in F$ e $p_0, p_1, p_2, p_4 \notin F$;

(b) No passo inicial são ainda identificados como distinguíveis os pares de estados (p_0, p_4), (p_1, p_4) e (p_2, p_4) porque $\delta(p_0, 1)$, $\delta(p_1, 1)$ e $\delta(p_2, 1)$ estão definidas e $\delta(p_4, 1)$ não está.

(c) No passo iterativo não é identificado nenhum par de estados como distinguível porque qualquer que seja o par de estados (p, q) identificado como distinguível não existem p' e q' tais que $\delta(p', x) = p$ e $\delta(q', x) = q$.

Logo existe um autómato que reconhece exactamente L_{D_A} e tem menos estados que D_A, pois existem estados equivalentes como por exemplo (p_0, p_1).

2. O autómato D_A não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{p_0, p_1, p_2\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a p_0)
   - $C_1 = \{p_3\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a p_3)
   - $C_2 = \{p_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a p_4)

   O autómato pedido é $D'_A = (Q', I, \delta', C_0, \{C_1\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	0	1
C_0	C_0	C_2
C_1	C_1	C_2
C_2	C_1	$-$

Exercício de avaliação B: Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_B = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$;
- $I = \{x, y\}$;
- $F = \{q_2\}$;
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

δ	x	y
q_0	q_3	q_1
q_1	q_2	$-$
q_2	q_2	q_1
q_3	q_4	q_1
q_4	q_0	q_1

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que D_B e cuja linguagem reconhecida seja L_{D_B}? Justifique.

2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_{D_B} e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução:

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

q_1	$\surd$			
q_2	$\surd$	$\surd$		
q_3		$\surd$	$\surd$	
q_4		$\surd$	$\surd$	
	q_0	q_1	q_2	q_3

   (a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados (q_0, q_2), (q_1, q_2), (q_3, q_2) e (q_4, q_2) porque $q_2 \in F$ e $q_0, q_1, q_3, q_4 \notin F$;

   (b) No passo inicial são ainda identificados como distinguíveis os pares de estados (q_0, q_1), (q_3, q_1) e (q_4, q_1) porque $\delta(q_0, 1)$, $\delta(q_3, 1)$ e $\delta(q_4, 1)$ estão definidas e $\delta(q_1, 1)$ não está.

   (c) No passo iterativo não é identificado nenhum par de estados como distinguível porque qualquer que seja o par de estados (p, q) identificado como distinguível não existem p' e q' tais que $\delta(p', x) = p$ e $\delta(q', x) = q$.

   Logo existe um autómato que reconhece exactamente L_{D_B} e tem menos estados que D_B, pois existem estados equivalentes como por exemplo (q_0, q_3).

2. O autómato D_B não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{q_0, q_3, q_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a q_0)
   - $C_1 = \{q_1\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a q_1)
   - $C_2 = \{q_2\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a q_2)

   O autómato pedido é $D'_B = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	x	y
C_0	C_0	C_1
C_1	C_2	$-$
C_2	C_2	C_1