Aula prática 11

Exercício de avaliação A:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< Z(3)S(3)T(3,1) >$

Resolução:
$\gamma(< Z(3)S(3)T(3,1) >) = \tau(\beta(Z(3)), \beta(S(3)), \beta(T(3,1))) =$
$\tau(8,9,14) = 2^8 + 2^{18} + 2^{33} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(Z(3)) = 4.(3-1) = 8$
- $\beta(S(3)) = 4.(3-1) + 1 = 9$
- $\beta(T(3,1)) = 4.\pi(3-1, 1-1)+2 = 4.\pi(2,0)+2 = 4.(2^2.(2.0+1)-1)+2 = 14$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 8233?

Resolução: $\gamma^{-1}(8233) =< S(1)S(1)S(1)J(2,1,1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(8233)$
  - $8233+1 = 8234 = 2^1+2^3+2^5+2^{13}$ o que significa que $\tau^{-1}(8233)$ tem 4 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(8233) = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3)\beta^{-1}(a_4) >$
  - $a_1 = 1$
    $a_2 = 3 - 1 - 1 = 1$
    $a_3 = 5 - 3 - 1 = 1$
    $a_4 = 13 - 5 - 1 = 7$

  e portanto $\tau^{-1}(8233) = (1,1,1,7)$
- Cálculo de $p_1 = p_2 = p_3 = \beta^{-1}(1)$
  - $1 = 4.0 + 1$ e portanto $p_1(= p_2 = p_3)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_1 = p_2 = p_3 = \beta^{-1}(1) = S(1)$
- Cálculo de $p_4 = \beta^{-1}(7)$
  - $7 = 4.1 + 3$ e portanto p_4 é um comando do tipo $J(m,n,q)$ com $(m,n,q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$

    - $1+1=2=2^1 \times 1$ pelo que
      $\pi^{-1}(1)=(1,(1-1)/2)=(1,0)$ e portanto $\pi(m-1,n-1)=1$ e $q-1=0$
    - $1+1=2=2^1 \times 1$ pelo que
      $\pi^{-1}(1)=(1,(1-1)/2)=(1,0)$ e portanto $m-1=1$ e $n-1=0$

  pelo que $p_4=\beta^{-1}(7)=J(2,1,1)$

Exercício de avaliação B:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< S(3)T(3,1)S(1) >$

Resolução:
$\gamma(< S(3)T(3,1)S(1) >) = \tau(\beta(S(3)), \beta(T(3,1)), \beta(S(1))) =$
$\tau(9,14,1)=2^9+2^{24}+2^{26}-1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(S(3))=4.(3-1)+1=9$
- $\beta(S(1))=4.(1-1)+1=1$
- $\beta(T(3,1))=4.\pi(3-1,1-1)+2=4.\pi(2,0)+2=4.(2^2.(2.0+1)-1)+2=14$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 8224?

Resolução: $\gamma^{-1}(8224) =< Z(1)Z(2)J(2,1,1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(8224)$
    - $8224+1=8225=2^0+2^5+2^{13}$ o que significa que $\tau^{-1}(8224)$ tem 3 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(8224)=(a_1,a_2,a_3)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3) >$
    - $a_1=0$
      $a_2=5-0-1=4$
      $a_3=13-5-1=7$

  e portanto $\tau^{-1}(8224)=(0,4,7)$
- Cálculo de $p_1=\beta^{-1}(0)$
    - $0=4.0$ e portanto p_1 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n=0+1$

  pelo que $p_1=\beta^{-1}(0)=Z(1)$
- Cálculo de $p_2=\beta^{-1}(4)$

  - $4 = 4.1$ e portanto p_2 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n = 1 + 1$

  pelo que $p_2 = \beta^{-1}(4) = Z(2)$

- Cálculo de $p_3 = \beta^{-1}(7)$

  - $7 = 4.1 + 3$ e portanto p_3 é um comando do tipo $J(m, n, q)$ com $(m, n, q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$
  - $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q - 1 = 0$
  - $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
    $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $m - 1 = 1$ e $n - 1 = 0$

  pelo que $p_3 = \beta^{-1}(7) = J(2, 1, 1)$