Aula prática 4

Exercício de avaliação A: Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, s_0, F)$ onde

- $Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{s_4\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

δ	1	2
s_0	s_1	s_2
s_1	s_4	s_3
s_2	s_3	s_0
s_3	s_4	s_1
s_4	nd	s_4

a) Existe algum autómato com menos estados que os de D e cuja linguagem seja L_D? Justifique.

Resolução:

O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

s_1	$\surd$			
s_2		$\surd$		
s_3	$\surd$		$\surd$	
s_4	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
	s_0	s_1	s_2	s_3

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

s_0, s_4

s_1, s_4

s_2, s_4

s_3, s_4

porque um dos estados é final e o outro não.

No passo iterativo

- a partir do par s_1, s_4 são identificados como pares de estados distinguíveis os pares s_0, s_1 e s_0, s_3 porque

$$\delta(s_0, 1) = s_1$$
$$\delta(s_1, 1) = \delta(s_3, 1) = s_4$$

- a partir do par s_3, s_4 são identificados como pares de estados distinguíveis os pares s_2, s_1 e s_2, s_3 porque

$$\delta(s_2, 1) = s_3$$
$$\delta(s_1, 1) = \delta(s_3, 1) = s_4.$$

Existe um autómato que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D, pois existem estados equivalentes como por exemplo s_0, s_2.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução: O autómato D não tem estados inúteis pelo não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

- $C_0 = \{s_0, s_2\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_0)
- $C_1 = \{s_1, s_3\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_1)
- $C_2 = \{s_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_4)

O autómato pedido é $D' = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

- $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	1	2
C_0	C_1	C_0
C_1	C_2	C_1
C_2	nd	C_2

Exercício de avaliação B: Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde

- $Q = \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4\}$
- $I = \{a, b\}$
- $F = \{r_4\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

δ	a	b
r_0	r_4	r_3
r_1	r_0	r_2
r_2	r_3	r_1
r_3	r_4	r_0
r_4	nd	r_4

a) Existe algum autómato com menos estados que os de D e cuja linguagem seja L_D? Justifique.

Resolução:

Todos os estados do autómato são produtivos mas r_1 e r_2 não são relevantes. Eliminando os estados não relevantes obtém-se o autómato $D' = (Q', I, \delta', r_0, F')$ onde

- $Q' = \{r_0, r_3, r_4\}$
- $I = \{a, b\}$
- $F' = \{r_4\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ	a	b
r_0	r_4	r_3
r_3	r_4	r_0
r_4	nd	r_4

Há agora que determinar se D' tem pares de estados equivalentes. A função δ' não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD). Obtém-se a tabela

r_3		
r_4	$\surd$	$\surd$
	r_0	r_3

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

r_0, r_4

r_3, r_4

porque um dos estados é final e o outro não. No passo iterativo não são identificados mais pares de estados distinguíveis.

Existe um autómato que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D, pois existem estados equivalentes: r_0, r_3.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução: O autómato D tem estados inúteis que foram eliminados em a) tendo-se obtido o autómato D'. Em a) determinou-se também os estados equivalentes de D'. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q' em 2 conjuntos

- $C_0 = \{r_0, r_3\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a r_0)
- $C_1 = \{r_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a r_4)

O autómato pedido é $D'' = (Q'', I, \delta'', C_0, \{C_1\})$ onde

- $Q'' = \{C_0, C_1\}$
- $\delta'' : Q'' \times I \rightarrow Q''$ tal que

δ''	a	b
C_0	C_1	C_0
C_1	nd	C_1