Aula prática 8

Exercício de avaliação A: a) Considere a expressão regular $\alpha = (x+(yy)^*)^*$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$

Resolução: Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_x = (\{q_1, q_2\}, \{x\}, \delta_1, q_1, \{q_2\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_1, q_2\} \times (\{x\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1	x	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_x} = \{x\} = L(x)$.

- O autómato $A_y^1 = (\{q_3, q_4\}, \{y\}, \delta_2^1, q_3, \{q_4\})$ onde

  $\delta_2^1 : \{q_3, q_4\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4\}}$ com

δ_2^1	y	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_y^1} = \{y\} = L(y)$.

- O autómato $A_y^2 = (\{q_5, q_6\}, \{y\}, \delta_2^2, q_5, \{q_6\})$ onde

  $\delta_2^2 : \{q_5, q_6\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_5,q_6\}}$ com

δ_2^2	y	ϵ
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_y^2} = \{y\} = L(y)$.

- O autómato $A_{yy} = (\{q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{y\}, \delta_3, q_3, \{q_6\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_3	y	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{yy}} = \{yy\} = L(yy)$.

- O autómato $A_{(yy)^*} = (\{q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{y\}, \delta_4, q_3, \{q_3, q_6\})$ onde

  $\delta_4 : \{q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_4	y	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\{q_3\}$

é tal que $L_{A_{(yy)^*}} = \{yy\}^* = L((yy)^*)$.

- $A_{x+(yy)^*} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{x, y\}, \delta_5, q_0, \{q_2, q_3, q_6\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{x, y\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_5	x	y	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$

  é tal que $L_{A_{x+(yy)^*}} = L(x + (yy)^*)$.

- $A_{(x+(yy)^*)^*} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde

  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$
  - $I = \{x, y\}$
  - $F = \{q_0, q_2, q_3, q_6\}$
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	x	y	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_0\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\{q_0\}$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_0, q_3\}$

  é o autómato A' pedido.

b) Considere a gramática regular $G = (\{S, A, B\}, \{x, y, z\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \to zB \mid z \\ A \to zA \mid yA \mid xB \\ B \to zB \mid yB \mid xA \mid \epsilon \end{array} .$$

Usando algoritmos estudados construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$.

Resolução: Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, A, B, X\}, \{x, y, z\}, \delta, S, \{B, X\})$ onde

$\delta : \{S, A, B, X\} \times \{x, y, z\} \to 2^{\{S,A,B,X\}}$ com

δ	x	y	z
S	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{B, X\}$
A	$\{B\}$	$\{A\}$	$\{A\}$
B	$\{A\}$	$\{B\}$	$\{B\}$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido: $A'' = (Q, I, \delta, S, F)$ onde
  - $Q = \{S, A, B, X\}$
  - $I = \{x, y, z\}$
  - $F = \{S, B, X\}$
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	x	y	z	ϵ
S	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{B, X\}$	$\emptyset$
A	$\{B\}$	$\{A\}$	$\{A\}$	$\emptyset$
B	$\{A\}$	$\{B\}$	$\{B\}$	$\{S\}$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$

Exercício de avaliação B: a) Considere a expressão regular $\alpha = (10^*1)^* + 2$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$

Resolução: Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_0 = (\{q_1, q_2\}, \{0\}, \delta_1, q_1, \{q_2\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_1, q_2\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1	0	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_0} = \{0\} = L(0)$.

- O autómato $A_{0^*} = (\{q_1, q_2\}, \{0\}, \delta_2, q_1, \{q_1, q_2\})$ onde

  $\delta_2 : \{q_1, q_2\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_2	0	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\{q_1\}$

  é tal que $L_{A_{0^*}} = \{0\}^* = L(0^*)$.

- O autómato $A_1^1 = (\{q_3, q_4\}, \{1\}, \delta_3^1, q_3, \{q_4\})$ onde

  $\delta_3^1 : \{q_3, q_4\} \times (\{1\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4\}}$ com

δ_3^1	1	ϵ
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_1^1} = \{1\} = L(1)$.

- O autómato $A_{10^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0,1\}, \delta_4, q_3, \{q_3, q_1, q_2\})$ onde

  $\delta_4 : \{q_1, q_2, q_3, q_4\} \times (\{0,1\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4\}}$ com

δ_4	0	1	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

  é tal que $L_{A_{10^*}} = L(10^*)$.

- O autómato $A_{10^*1} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0,1\}, \delta_5, q_3, \{q_6\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{0,1\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_5	0	1	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_5\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_{10^*1}} = L(10^*1)$.

- O autómato $A_{(10^*1)^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0,1\}, \delta_6, q_3, \{q_3, q_6\})$ onde

  $\delta_6 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \times (\{0,1\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6\}}$ com

δ_6	0	1	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_5\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$

  é tal que $L_{A_{(10^*1)^*}} = L((10^*1)^*)$.

- O autómato $A_2 = (\{q_7, q_8\}, \{2\}, \delta_7, q_7, \{q_8\})$ onde

  $\delta_7 : \{q_7, q_8\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_7,q_8\}}$ com

δ_7	2	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_2} = \{2\} = L(2)$.

- $A_{(10^*1)^*+2} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$
  - $I = \{0, 1, 2\}$

– $F = \{q_3, q_6, q_8\}$

– $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_7\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_5\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_5\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_5	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_7	$\emptyset$	$\{q_6\}$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

é o autómato A' pedido.

b) Considere a gramática regular $G = (\{S, X, Y\}, \{0, 1, 2\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \to 2S \mid 1X \mid \epsilon \\ X \to 1Y \mid 2S \mid 0S \\ Y \to 0 \mid 1Y \mid 0Y \mid 2Y \end{array} .$$

Usando algoritmos estudados construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$.

Resolução: Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, X, Y, A\}, \{0, 1, 2\}, \delta, S, \{S, A\})$ onde

  $\delta : \{S, X, Y, A\} \times \{0, 1, 2\} \to 2^{\{S,X,Y,A\}}$ com

δ	0	1	2
S	$\emptyset$	$\{X\}$	$\{S\}$
X	$\{S\}$	$\{Y\}$	$\{S\}$
Y	$\{Y, A\}$	$\{Y\}$	$\{Y\}$
A	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido: $A'' = (Q, I, \delta, S, F)$ onde

  – $Q = \{S, X, Y, A\}$
  – $I = \{0, 1, 2\}$
  – $F = \{S, A\}$
  – $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
S	$\emptyset$	$\{X\}$	$\{S\}$	$\{S\}$
X	$\{S\}$	$\{Y\}$	$\{S\}$	$\emptyset$
Y	$\{Y, A\}$	$\{Y\}$	$\{Y\}$	$\{S\}$
A	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$