

3º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II
CURSOS: LEAmb, LEB, LEC, LEQ, LET e LQ

Nome:

Nº:

Curso:

(1 val.) **1.** Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y + 1)^2 \leq 1 \wedge y \neq -1\}$. Indique o interior e a fronteira de A . Diga, justificando, se A é aberto, fechado, limitado ou conexo.

(3 val.) **2.** Calcule ou mostre que não existem os seguintes limites:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$ **b)** $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y\sqrt{2x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$ **c)** $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2y^3}{2x^2 + y^2}$

(1 val.) **3.** Considere a função $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \sqrt{4 - 3|x| - |y|}, \quad \text{com } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3|x| + |y| \leq 4\}.$$

Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações.

- a) A função f não tem mínimo em D .
- b) Existe uma sucessão em D que não tem qualquer subsucessão convergente.
- c) Se $(x_n, y_n) \subset D$ é tal que $(x_n, y_n) \rightarrow (0, 0)$ então para qualquer subsucessão (x_{n_i}, y_{n_i}) de (x_n, y_n) tem-se $f((x_{n_i}, y_{n_i})) \rightarrow 2$.
- d) Qualquer sucessão em D possui uma subsucessão convergente para um ponto de D .
- e) O conjunto $f(D)$ é um intervalo.