Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

19 de Dezembro de 2003
Duração: 45 min.
Teste C

4^o TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II

CURSOS: LEAmb, LEB, LEC, LEQ, LET e LQ

Nome: **N^o:** **Curso:**

(2 val.) **1.** Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^3 x}{(x+1)^2 + y^2} & \text{se} \quad (x,y) \neq (-1,0) \\ \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) = (-1,0). \end{cases}$$

a) Determine $\dfrac{\partial f}{\partial x}(-1,0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(-1,0)$.

b) Determine $\dfrac{\partial f}{\partial v}(-1,0)$ para $v = (1,1)$. O que pode concluir quanto à diferenciabilidade de f em $(-1,0)$?

(1 val.) **2.** Considere a função $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por: $\varphi(x, y) = x \log(y^2 + 1)$. Seja $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ a função definida por: $\psi(t) = (\arctan t, t^3 - t)$. Defina $(\psi \circ \varphi)'(0, -1)$.

(1 val.) **3.** Seja $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável em $\mathbb{R}^2$ e considere a função $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por: $F(x, y, z) = G(-x + 2y - z, x - 2y + z)$. Verifique que para qualquer $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, se tem:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y, z) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y, z) + \frac{\partial F}{\partial z}(x, y, z) = 0.$$

(1 val.) **4.** Considere a função $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $g(x, y) = xy^2 + 2xy + x^2$. Determine, caso existam, os extremos relativos de g.