

4º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA II
CURSOS: LEAmb, LEB, LEC, LEQ, LET e LQ

Nome:

Nº:

Curso:

(2 val.) **1.** Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + (y + 1)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, -1) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, -1). \end{cases}$$

a) Determine $\frac{\partial f}{\partial x}(0, -1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, -1)$.

b) Determine $\frac{\partial f}{\partial v}(0, -1)$ para $v = (1, 1)$. O que pode concluir quanto à diferenciabilidade de f em $(0, -1)$?

(1 val.) **2.** Considere a função $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $\varphi(x, y) = y \log(x^2 + 1)$. Seja $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ a função definida por: $\psi(t) = (t^3 - t, \arctan t)$. Defina $(\psi \circ \varphi)'(-1, 0)$.

(1 val.) **3.** Seja $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável em \mathbb{R}^2 e considere a função $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $F(x, y, z) = G(-2x + y + z, 2x - y - z)$. Verifique que para qualquer $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, se tem:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y, z) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y, z) + \frac{\partial F}{\partial z}(x, y, z) = 0.$$

(1 val.) 4. Considere a função $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x, y) = y^2 + x^2y + 2xy$. Determine, caso existam, os extremos relativos de g .