

1^a Ficha de exercícios para as aulas de problemas: 20 Set. - 25 Set.

1. Quais das seguintes equações são equações lineares em x, y e z ?

- a) $\pi^3 x + \sqrt{3}y + z = 1$ b) $\frac{1}{2}x + z = 0$ c) $x^{-1} + 3y - z = 2$
 d) $x - yz = 1$ e) $x - \cos y + z = 0$

2. Diga qual dos seguintes pontos: $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, 1)$ é a solução do seguinte sistema de equações lineares nas variáveis x, y .

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 3 \\ x - y = 2. \end{cases}$$

3. Diga quais dos seguintes pontos: $(0, 0, 0, 0)$, $(1, -1, 1, 0)$, $(1, -1, 1, 2)$, $(3, -9, 7, \frac{\sqrt[3]{\pi}}{2})$ são soluções do sistema de equações lineares nas variáveis x, y, z e w .

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

4. C = Celsius, F = Fahrenheit. A partir do ponto de congelação $(C, F) = (0, 32)$ e do ponto de ebulição $(C, F) = (100, 212)$, deduza a equação linear

$$F = \frac{9}{5}C + 32.$$

Verifique que o único valor comum a ambas as escalas é -40° .

5. Determine valores para x, y, z e w de modo a que nas reacções químicas seguintes os elementos químicos envolventes ocorram em iguais quantidades em cada lado da respectiva equação.

- a) $x\mathbf{C}_3\mathbf{H}_8 + y\mathbf{O}_2 \rightarrow z\mathbf{CO}_2 + w\mathbf{H}_2\mathbf{O}$
 b) $x\mathbf{CO}_2 + y\mathbf{H}_2\mathbf{O} \rightarrow z\mathbf{C}_6\mathbf{H}_{12}\mathbf{O}_6 + w\mathbf{O}_2$

6. Determine todos os polinómios $p(t)$ de grau menor ou igual a dois tais que $p(1) = 0$, $p(0) = 1$ e $p(-1) = 1$.

7. Resolva os seguintes sistemas de equações lineares.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + 3y + 8z = 4 \\ 3x + 2y + 17z = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + 2y - z + 3w = 3 \\ 2x + 4y + 4z + 3w = 9 \\ 3x + 6y - z + 8w = 10 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ 3x - y + 2z + 5w = 2 \\ -3x + 6y - 9z + 3w = -6 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x_3 + 3x_4 = 4 \\ 2x_1 - 6x_3 + 9x_4 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 4 \\ 100x_2 + 150x_3 - 200x_4 = 50 \end{cases}$

8. Diga para que valores de a, b e c têm soluções os sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 3x - y + 2z = b \\ x - 5y + 8z = c \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y + 4z = a \\ 2x + 3y - z = b \\ 3x + y + 2z = c \end{cases}$$

9. Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 10 \\ 2 & 7 & 2 & 20 \\ 1 & 5 & \alpha & 10 \end{array} \right].$$

a) Classifique, em função de α , o sistema de equações lineares anterior.

b) Para $\alpha = 4$, determine o conjunto solução do sistema de equações lineares correspondente.

10. Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & -2 \\ \alpha & -\alpha^3 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & \alpha & -2\alpha \\ -2 & 2 & 2 & -4 \end{array} \right]$$

a) Determine os valores de α para os quais o sistema anterior é possível e indeterminado.

b) Para $\alpha = -2$, determine o conjunto solução do sistema de equações lineares correspondente.

11. Classifique em função do parâmetro real α os seguintes sistemas de equações lineares (nas variáveis x, y e z). Nos casos em que existirem soluções, determine-as.

$$\text{a) } \begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1 \\ x + y + \alpha z = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + \alpha z = 2 \\ 3x + 4y + 2z = \alpha \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} -x + y + \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - 2\alpha z = \alpha \\ -\alpha x + \alpha y + z = -1 + 2\alpha \end{cases}$$

12. Classifique em função dos parâmetros reais α e β o seguinte sistema de equações lineares (nas variáveis x, y, z e w). Nos casos em que existirem soluções, determine-as.

$$\begin{cases} 2z + \alpha w = \beta \\ x + y + z + 3w = 1 \\ 2x + 2y + z + w = 2 \\ x + y + 3z + 14w = 4 \end{cases}$$

13. Determine um sistema de equações lineares cujo conjunto de soluções seja:

a) $S = \{(1 + t, 1 - t) : t \in \mathbb{R}\}$

b) $S = \{(t, 1 - 2t, 1) : t \in \mathbb{R}\}$

c) $S = \{(3t, 2t, t) : t \in \mathbb{R}\}$

d) $S = \{(2t - 3s, t + s - 1, 2s + 1, t - 1) : s, t \in \mathbb{R}\}$

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{(1, 1, 1)\}$