

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

CURSOS: Lic. Eng. Geológica e Mineira, Lic. Eng. de Materiais e Lic. Eng. Mecânica

1) Seja

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & -2 - \alpha & -1 \end{bmatrix}, \text{ com } \alpha \in \mathbb{R}.$$

a) (0.7) Determine a característica de A_α em função do parâmetro α e diga quais são os valores de α para os quais A_α é invertível.

b) (0.7) Determine a inversa da matriz A_0 ($\alpha = 0$).

c) (0.4) Determine a solução do sistema $A_0X = B$, em que $B = [-1 \ 1 \ -1]^T$.

d) (0.7) Factorize a matriz A_0 na forma $A_0 = LDU$, obtendo uma matriz L triangular inferior com 1's na diagonal principal, uma matriz diagonal D e uma matriz U triangular superior com 1's na diagonal principal.

e) (0.7) Determine o núcleo de A_{-3} ($\alpha = -3$), indicando o respectivo conjunto gerador.

f) (0.4) Determine a solução geral do sistema de equações lineares $A_{-3}X = C$, onde C é a 1ª coluna da matriz A_{-3} .

2) (0.7) Seja P_2 o espaço linear de todos os polinómios reais de grau menor ou igual a 2. Verifique que o conjunto

$$U = \{a_0 + a_1t + a_2t^2 \in P_2 : a_0 - 2a_1 + 3a_2 = 0\}$$

é um subespaço de P_2 , determinando o respectivo conjunto gerador.

3) (0.7) Considere os seguintes subespaços de \mathbb{R}^3 :

$$U = L(\{(-1, 0, 1), (2, 2, 2)\}) \quad \text{e} \quad V = L(\{(-2, 1, 2), (3, 1, 1)\}).$$

Determine o subespaço $U \cap V$, indicando o respectivo conjunto gerador. O vector $(-1, 0, 1)$ pertence a $U \cap V$? Justifique.