

### 3º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

CURSOS: Lic. Eng. Geológica e Mineira, Lic. Eng. de Materiais e Lic. Eng. Mecânica

#### I (0.6 val.)

Seja

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determine a entrada  $(2, 2)$  da matriz inversa  $A^{-1}$ .

#### II (1.5 val.)

Sejam  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Seja

$$B = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & b & 2 \\ 1 & 2 & c \end{bmatrix}.$$

Sabendo que  $\det B = 2$ , calcule:

$$(0.5) \text{ (i)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & b & 1 \\ c & 2 & 2 \end{vmatrix} \quad (0.5) \text{ (ii)} \begin{vmatrix} a+3 & -1 & -2 \\ b+3 & b-2 & -2 \\ c+3 & 2-c & -c \end{vmatrix} \quad (0.5) \text{ (iii)} \det \left( \frac{1}{2} B^T B \right)$$

#### III (2.1 val.)

Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que em relação à base canónica de  $\mathbb{R}^3$  é representada pela matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

(0.7) **a)** Determine os valores próprios de  $T$ .

(0.7) **b)** Determine bases para os subespaços próprios de  $T$ .

(0.7) **c)** Determine uma base  $\mathcal{S}$  de  $\mathbb{R}^3$  tal que a matriz  $M(T; \mathcal{S}; \mathcal{S})$  (que represente  $T$  nessa base) seja uma matriz diagonal. Determine a matriz diagonal  $M(T; \mathcal{S}; \mathcal{S})$ .

#### IV (0.8 val.)

Sejam  $A$  e  $B$  duas matrizes do tipo  $n \times n$ . Mostre que  $AB$  e  $BA$  têm os mesmos valores próprios.