

## Trabalhos de ANÁLISE NUMÉRICA

(Lic. Engenharia Física Tecnológica)

Prazo de Entrega: 8 de Junho de 2001

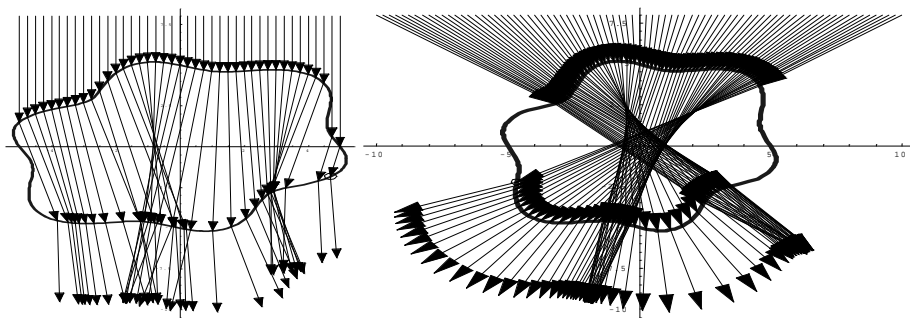
Limite de páginas = 20.

### Trabalho IV.

Considere uma lente cujo o formato é dado pela função paramétrica  $g(t) = (\cos(t), \sin(t))r(t)$ , com  $r : [0, 2\pi[ \rightarrow \mathbb{R}^2$ , definido por

$$r(t) = 5 - \sin(2t) - \cos(4t)$$

Admita que a lei de refração é a lei geométrica de Snell-Descartes, em que o índice de refração do meio exterior é  $\nu_1 = 1$ , e o da lente é  $\nu_2$ . A refração óptica produz o efeito que é visível na figura seguinte.



1. Simular as refrações apresentadas com  $\nu_2 = 1.5$ . No primeiro caso considere raios paralelos com um espaçamento  $h = 0.2$ . No segundo caso considere o mesmo raios direccionados para a origem. Determine a intersecção com a fronteira da lente através de métodos numéricos, e aplique a lei de Snell-Descartes para definir as novas trajectórias.

2. Considere um único raio que sai do ponto  $(5, 10)$  na direcção da origem e altere  $\nu_2$  de forma a que o raio intersecte o ponto  $(0, -10)$ . Para esse efeito, esboce o gráfico da função  $G : \nu_2 \mapsto x$  em que  $x$  é a abcissa que o raio intersecta quando a ordenada é  $y = -10$ . Para determinar um valor de  $\nu_2$  com 6 casas decimais, comece com dois valores iniciais para  $\nu_2$  e aplique o método da secante. Obtenha a estimativa baseado nos resultados numéricos (ou seja, não tente obter derivadas da função  $G$ ).

3. Considere raios que saiem dos pontos com abcissas  $x_0 = -10, x_1 = -6, x_2 = -2, x_3 = 2, x_4 = 6, x_5 = 10$ , e com ordenada  $y = 10$ , na direcção da origem. Associados a esses valores, considere as abcissas  $f_0, f_1, \dots, f_5$  que os raios intersectam quando a ordenada é  $y = -10$ . Fica assim definida uma função  $f$  que tranforma pontos da linha  $y = 10$  na linha  $y = -10$ .

a) Determine o polinómio interpolador  $p_n$  para esses valores e calcule o valor  $p_n(4)$  comparando com o valor  $f(4)$  calculado.

b) Admitindo que os valores das abcissas  $z_k$  estão calculados com um erro  $e_k$ , determine uma estimativa para o erro em  $p_n(4)$  usando a fórmula de Lagrange.

c) Considere uma aproximação por mínimos quadrados para os mesmos valores, usando um polinómio do segundo grau e compare a aproximação para  $f(4)$  com o valor obtido em a).