

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

Ficha de Trabalho da 2ª Aula Prática

1. Escreva uma expressão para cada um dos seguintes números complexos na forma $re^{i\theta}$:

$$(i) i^3, \quad (ii) 1 - i, \quad (iii) \sqrt{2}(1 + i), \quad (iv) \sqrt{3} - i, \quad (v) 2 - 2\sqrt{3}i, \\ (vi), (1 + \sqrt{3}i)^3, \quad (vii) (1 - i)^{-1}, \quad (viii) (\sqrt{3} - i)/(1 + i).$$

2. Escreva uma expressão para cada um dos seguintes números complexos na forma $x + iy$, ($x, y \in \mathbb{R}$):

$$(i) e^{\pi i/4}, \quad (ii) 5e^{-\pi i}, \quad (iii) 2e^{3\pi i/2}, \quad (iv) e^{4\pi i/3}, \quad (v) e^{7\pi i/6}.$$

3. Calcule, para $n = 1, 2, 3, \dots$,

$$(i) i^n, \quad (ii) \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n, \quad (iii) (1+i)^n + (1-i)^n.$$

4. Determine as soluções das equações seguintes:

$$(i) (1 - z)^6 = (1 + z)^6, \\ (ii) 1 - z + z^2 = 0, \\ (iii) 1 - z^2 + z^4 - z^6 = 0.$$

5. Esboce os subconjuntos de \mathbb{C} dados por:

$$(i) |z - 1 + i| \geq |z - 1 - i| \\ (ii) |z + i| + |z - 3i| < 6 \\ (iii) \operatorname{Im}[(z + i)/2i] < 0 \\ (iv) 1 < |z - 1| < 2 \\ (v) |z|^2 > z + \bar{z}$$

6. Encontre todas as soluções da equação $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$.

7. Resolva as equações

$$(i) e^{-z} + 1 = 0$$

(ii) $\log(i - z) = 1$

8. Encontre todos os valores da raiz:

(a) $\sqrt[3]{i}$

(b) $\sqrt{2 - 2\sqrt{3}i}$