

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

Ficha de Trabalho da 10ª Aula Prática

1. Determine a solução do PVI

$$3t^2 + 4tx + (2x + 2t^2)x' = 0, \quad x(0) = 1.$$

2. Determine a solução do PVI

$$y' = \frac{t^2 + 3y^2}{2ty}, \quad t > 0, \quad y(1) = -1.$$

Sugestão: Considere a mudança de variável $v = y/t$.

3. Considere a equação diferencial

$$\frac{y}{t} + (y^3 - \log t)y' = 0.$$

(a) Verifique que esta equação tem um factor integrante da forma $\mu = \mu(y)$ e determine-o.

(b) Determine a solução desta equação que satisfaz a condição inicial $y(1) = \sqrt{2}$.

4. Esboce o campo de direcções e trace os respectivos tipos de soluções das seguintes equações diferenciais.

(a) $y' = \frac{ty}{1+t^2}$;

(b) $y' = (2 - y)(y - 1)$;

5. Mostre que existe uma solução de classe C^1 para o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' = 6t\sqrt[3]{y^2} \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

diferente da solução $y(t) = 0, t \in \mathbb{R}$. Explique porque é que isto não contradiz o teorema de Picard.