

1. Mostre por indução que um conjunto de n elementos tem 2^n subconjuntos.

2. Interprete geometricamente os seguintes subconjuntos de \mathbf{R} :

$$\begin{aligned} A &= \{x : |x| < 1\}, & B &= \{x : |x| < 0\}, & C &= \{x : |x - a| < \epsilon\}, \\ D &= \{x : |x| > 0\}, & E &= \{x : |x| > -1\}, & F &= \{x : (x - a)(x - b) < 0\}, \\ \text{Determine:} & & A \cap C & & A \cap D, & A \cup D, & E \cap F \end{aligned}$$

3. Interprete geometricamente os seguintes subconjuntos de \mathbf{R}^2 :

$$\begin{aligned} A &= \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}, & B &= \{(x, y) : x > 1/2\}, & C &= \{(x, y) : x < y\}, \\ D &= \{(x, y) : xy \geq 0\}, & E &= \{(x, y) : x > 0 \text{ e } y > \sin x\}, & F &= \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\} \end{aligned}$$

4. Dadas as aplicações de \mathbf{R} em si próprio:

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = x + 1, \quad h(x) = |x|$$

determine $f \circ g, g \circ f, f \circ h, h \circ f, g \circ h, h \circ g, (f \circ g) \circ h, f \circ (g \circ h), f^{-1} \circ g, f^{-1} \circ g^{-1}, g^{-1} \circ f^{-1}, (f \circ g)^{-1}$

5. Prove que se $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ são injectivas (respectivamente, sobrejectivas), então $g \circ f$ é injectiva (respectivamente, sobrejectiva).

6. Prove que $f : A \rightarrow B$ é uma bijecção sse existe $g : B \rightarrow A$ tal que $f \circ g = I_B$ e $g \circ f = I_A$.

7. Em \mathbf{R} , verifique se são majorados, minorados e/ou limitados os conjuntos considerados no exercício 2. acima. Se possível determine máximos, mínimos, supremos e/ou ínfimos destes conjuntos.

8. A mesma pergunta que a anterior aplicada aos conjuntos definidos pelas fórmulas:

$$1 + \frac{2}{n}, \quad \frac{n}{n - \frac{1}{2}}, \quad 1 - \frac{1}{n}, \quad \frac{n+1}{n} (-1)^n, \quad \left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin \frac{n\pi}{2}, \quad \frac{1 + (-1)^n}{2 + (-1)^{n+1}}$$