

1. A restrição da função $f(x) = \tan x$ ao intervalo $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ é uma bijeção diferenciável deste intervalo sobre \mathbb{R} . Utilizando o teorema da derivada da função inversa, mostre que

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

2. Calcule as derivadas das funções:

$$\begin{array}{cccccc} \tan x - x & \frac{x + \cos x}{1 - \sin x} & e^{\arctan x} & e^{\ln x^2} & \sin x \cdot \cos x \cdot \tan x & x^2(1 + \ln x) \cdot \cosh x \cdot \sinh x \\ \sin \arcsin x & \cos \arcsin x & (\ln x)^x & x^{\sin 2x} & x^{x^{x-1}} & \end{array}$$

3. Calcule a e b de modo que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < 2, \\ ax + b, & \text{se } x \geq 2, \end{cases}$$

seja diferenciável e determine para esses valores de a e b a derivada de f .

4. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 6$.

- (a) Determine os pontos do plano onde a tangente ao gráfico de f é horizontal.
- (b) Determine os pontos do plano onde a tangente ao gráfico de f tem declive -6 .
- (c) Mostre que a recta $y = 12x - 17$ é tangente ao gráfico de f e determine o ponto de tangência.

5. Determine e as funções derivadas das funções

$$f(x) = \ln \ln \ln x \quad g(x) = x^x \quad h(x) = (x^x)^x \quad f(x) = x^{x^x}$$

6. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável com derivada f' . Determine a derivada de

$$f(-x) \quad f(e^x) \quad f(\ln(x^2 + 1)) \quad f(f(x))$$