Cálculo Diferencial e Integral I - Tagus Park **2o. Semestre 2009/2010**
13a. Lista de exercícios **31/05 - 02/06**

1. Determine a área da região do plano $X0Y$ limitada por cada uma das seguintes curvas:

$$\begin{array}{ll} a) & y = e^x; \quad y = e^{-x}; \quad x = 0; \quad x = 2 \\ b) & y = \sin(x); \quad y = \cos(x); \quad x = 0; \quad x = \pi \\ c) & y^2 = 4 + x; \quad x + 2y = 4 \\ d) & y = x^2; \quad y = \dfrac{1}{2}x^2; \quad y = 2x \\ e) & y^2 = x^2 - x^4 \end{array}$$

2. Considere a função

$$f(x) = \int_2^x \frac{1}{\log t} dt, \quad x \geq 2$$

Prove que

$$f(x) = \frac{x}{\log x} + \int_2^x \frac{1}{\log^2 t} dt - \frac{2}{\log 2}$$

Determine a tal que

$$f(x) = \int_a^{\log x} \frac{e^t}{t} dt$$

3. Seja F uma função contínua e sejam a, b e c números reais com $c \neq 0$. Mostre que

$$\int_a^b F(x)dx = c \int_{\frac{a}{c}}^{\frac{b}{c}} F(cx)dx$$

4. Seja f uma função contínua e seja a um número real. Mostre que se f é par

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$$

Se f é ímpar

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

5. Sendo ϕ diferenciável, f contínua e

$$h(x) = \int_{\phi(x)}^{\phi(x^3)} x^2 f(t)dt$$

calcule $h'(x)$. Supondo agora que ϕ e f são ímpares, mostre que h é par.

6. Calcular

$$\lim_{x \mapsto 0} \frac{\int_0^x \sin(t^3)dt}{x^4}$$